Analisi A

Appello del giorno 06/07/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. La funzione $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è di classe C^1 e verifica $u^2(x) = 2x^6 + x^3u(x)$ per ogni x e $u(1) = 2$. Allora $u'(1)$ vale ■ 6; $\boxed{\text{b}}$ 8; $\boxed{\text{c}}$ 9; $\boxed{\text{d}}$ 4.

2. Il numero complesso $2\sinh(i\pi/2)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ -2; ■ $2i$; $\boxed{\text{d}}$ $-2i$.

3. Per ogni intervallo limitato $I\subset\mathbb{R}^2$ si ponga $m(I) = 2\int_I (x)^+\,dx$ e sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data da $f(x) = 2$ se $x\in(-5,-2)$, $f(x) = 2$ se $x\in(1,2)$ e $f(x) = 0$ altrimenti. Allora $\int_{-5}^{2} f(x)\,dm$ vale $\boxed{\text{a}}$ -16; $\boxed{\text{b}}$ 30; ■ 6; $\boxed{\text{d}}$ -48.

4. La somma della serie $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n/32^{n+1}$ vale $\boxed{\text{a}}$ $-1/33$; $\boxed{\text{b}}$ $32/33$; $\boxed{\text{c}}$ $-32/33$; ■ $1/33$.

5. L'integrale $\int_{1/2}^{(1/2)\exp 6}\left\{x\big(1+\ln^2(2x)\big)\right\}^{-1}dx$ vale ■ $\arctan 6$; $\boxed{\text{b}}$ $\arctan 2$; $\boxed{\text{c}}$ $(1/2)\arctan 6$; $\boxed{\text{d}}$ $(1/6)\arctan 2$.

6. Sia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ strettamente monotona. Allora $\boxed{\text{a}}$ se g è differenziabile e $g'(0) > 0$ allora $g'(1) > 0$; $\boxed{\text{b}}$ se g è differenziabile allora $g'(x)g'(y) > 0$ per ogni x, y; $\boxed{\text{c}}$ $g'(0)$ esiste e $g'(0)\geq 0$; ■ $x = 0$ non è una discontinuità eliminabile per g.

7. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ differenziabile tale che $D_uf(0,0) = -2$ e $D_vf(0,0) = 0$ (derivate direzionali), ove u e v sono **i versori** dei vettori $(5,-3)$ e $(3,5)$. Allora $\nabla f(0,0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2u$; ■ $-2u$; $\boxed{\text{c}}$ $2(5,-3)$; $\boxed{\text{d}}$ $2(3,5)$.

8. Posto $Z = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : (x,y) = (0,0)\}$, sia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ data da $f(x,y,z) = 0$ se $(x,y,z)\in Z$ e $f(x,y,z) = xyz/(x^2+y^2)$ se $(x,y,z)\notin Z$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ continua in $\mathbb{R}^3$; $\boxed{\text{b}}$ discontinua in $(0,0,0)$; ■ discontinua in $(0,0,4)$; $\boxed{\text{d}}$ limitata superiormente.

9. Sia $f_\lambda:(-1,1)\to\mathbb{R}$ data da $f_\lambda(x) = 3\sin(4x)$ se $x\leq 0$ e $f_\lambda(x) = \lambda\tanh(2x)$ se $x > 0$, ove λ è un parametro reale. Allora f_λ è $\boxed{\text{a}}$ differenziabile in $\mathbb{R}$ se $\lambda = 4$; $\boxed{\text{b}}$ differenziabile in $\mathbb{R}$ se $\lambda = 2$; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile in $\mathbb{R}$ se $\lambda = 3$; ■ differenziabile in $\mathbb{R}$ se $\lambda = 6$.

10. Siano $\gamma,\alpha\in(0,+\infty)$. Allora la successione $\{(\sinh(n^{-\gamma}))/(\sin(1/n))^\alpha\}$ ■ converge se e solo se $\alpha\leq\gamma$; $\boxed{\text{b}}$ converge se e solo se $\alpha<\gamma$; $\boxed{\text{c}}$ è infinitesima se $\alpha = \gamma^2$; $\boxed{\text{d}}$ diverge se $\alpha\geq\gamma$.

---

spazio riservato alla commissione