Analisi B

Appello del giorno 06/07/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si consideri il problema di Cauchy **completo** $u'(t) = -t^2 + \sin u(t)$, $u(0) = 0$. Allora u [a] ha in 0 un punto di massimo locale; [b] ha in 0 un punto di minimo locale; [c] decresce in un intorno di 0 ; [d] cresce in un intorno di 0 .

2. Siano $A \subset \mathbb{R}^n$ contenente l'origine e $f : A \to \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora f è [a] uniformemente continua se e solo se A è limitato; [b] uniformemente continua se e solo se A è chiuso; [c] limitata in $A \cap (-5,2)^n$; [d] limitata in $A \cap [0,+\infty)^n$.

3. Siano Ω un aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f : \Omega \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = 2x^6 + 9y^5$. Allora f è convessa se Ω è [a] incluso in $\mathbb{R} \times (0,+\infty)$; [b] convesso; [c] l'insieme dei punti (x,y) tali che $x > |y|$; [d] l'insieme dei punti (x,y) tali che $y > |x|$.

• **4.** **Matematici:** Sia $f(x) = x/|x|^2$ per $x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ e si ponga $I = \int_{[a,b,c]} f(x) \cdot \tau(x)\, ds$ ove $a = (1,0)$, $b = (1,5)$, $c = (12,5)$ e τ è il versore tangente lungo il cammino. Allora $\exp I$ vale [a] 0 ; [b] 15 ; [c] 13 ; [d] 25 .

5. Si consideri il problema di Cauchy **in avanti** $u'' + u' + u = 3$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 3$. Allora la sua soluzione globale è [a] monotona e non limitata; [b] monotona e limitata; [c] limitata e non monotona; [d] non limitata e non monotona.

6. Sia $S = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1,\ x_2 > 0\}$. Allora $\int_S |x|^3 x_2\, dx$ vale [a] $1/3$; [b] $1/4$; [c] $1/5$; [d] $2/5$.

• **7.** **Matematici:** La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{n(x-2)^n}{2^n(n+2)}$ converge uniformemente in [a] $(0,2)$; [b] $(2,4)$; [c] $(1,2)$; [d] $(0,4)$.

8. Siano $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e $f : A \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora perché f abbia massimo assoluto è [a] sufficiente che A sia chiuso; [b] necessario che A sia limitato; [c] sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x|\to+\infty} |x|^{-1} f(x) = -5$; [d] sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x|\to+\infty} f(x) < 0$.

9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_x^1 \big(\sinh(xy^2) + \cos(xy^2)\big)\, dy$. Allora $f'(0)$ vale [a] $1/3$; [b] $-2/3$; [c] $-1/3$; [d] -1 .

10. Il limite $\lim_{x\to 0} \{-2x^{-5} + x^{-10} \ln(1 + 2x^5)\}$ vale [a] 5 ; [b] -2 ; [c] -5 ; [d] $-\infty$.

---

spazio riservato alla commissione