Analisi B

Appello del giorno 06/07/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si consideri il problema di Cauchy **completo** $u'(t) = -t^2 + \sin u(t)$, $u(0) = 0$. Allora u [a] ha in 0 un punto di massimo locale; [b] ha in 0 un punto di minimo locale; [c] decresce in un intorno di 0 ; [d] cresce in un intorno di 0 .

2. Siano $A \subset \mathbb{R}^n$ contenente l'origine e $f : A \to \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora f è [a] uniformemente continua se e solo se A è limitato; [b] uniformemente continua se e solo se A è chiuso; [c] limitata in $A \cap (-5, 2)^n$; [d] limitata in $A \cap [0, +\infty)^n$.

3. Siano Ω un aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f : \Omega \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 2x^6 + 9y^5$. Allora f è convessa se Ω è [a] incluso in $\mathbb{R} \times (0, +\infty)$; [b] convesso; [c] l'insieme dei punti (x, y) tali che $x > |y|$; [d] l'insieme dei punti (x, y) tali che $y > |x|$.

• **4. Fisici:** Siano $\Omega = B_1(0) \subset \mathbb{R}^2$ il disco unitario aperto e $f : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = (x + y)^2 + 2$. Allora $\max f$ [a] vale 4 ed è assunto su $\partial\Omega$; [b] vale 4 ed è assunto in Ω ; [c] vale 3 ed è assunto su $\partial\Omega$; [d] vale 3 ed è assunto in Ω .

5. Si consideri il problema di Cauchy **in avanti** $u'' + u' + u = 3$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 3$. Allora la sua soluzione globale è [a] monotona e non limitata; [b] monotona e limitata; [c] limitata e non monotona; [d] non limitata e non monotona.

6. Sia $S = \big\{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1,\ x_2 > 0\big\}$. Allora $\int_S |x|^3 x_2 \, dx$ vale [a] $1/3$; [b] $1/4$; [c] $1/5$; [d] $2/5$.

• **7. Fisici:** Se $\Sigma = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le y \le x \le 2,\ z = 4e^x - 3e^y\big\}$ e $f : \Sigma \to \mathbb{R}$ è data da $f(x, y, z) = (1 + z^2 + 24e^{x+y})^{-1/2}$, l'integrale $\int_\Sigma f \, dS$ vale [a] 8 ; [b] 16 ; [c] 2 ; [d] 24 .

8. Siano $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e $f : A \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora perché f abbia massimo assoluto è [a] sufficiente che A sia chiuso; [b] necessario che A sia limitato; [c] sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x| \to +\infty} |x|^{-1} f(x) = -5$; [d] sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x| \to +\infty} f(x) < 0$.

9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_x^1 \big(\sinh(xy^2) + \cos(xy^2)\big) \, dy$. Allora $f'(0)$ vale [a] $1/3$; [b] $-2/3$; [c] $-1/3$; [d] -1 .

10. Il limite $\lim_{x \to 0} \big\{-2x^{-5} + x^{-10} \ln(1 + 2x^5)\big\}$ vale [a] 5 ; [b] -2 ; [c] -5 ; [d] $-\infty$.

---

spazio riservato alla commissione