Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno	**Cognome e nome (stampatello)**	**C.L. (M/F)**
05/07/05		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = 1 - \cos(tu(t))$ e $u(0) = 0$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è $\boxed{a}$ strettamente concava; $\boxed{b}$ strettamente monotona; ■ costante; $\boxed{d}$ strettamente convessa.

2. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9,\ 0 \leq z \leq (x/2) + (y/3) + 2\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{a}$ 12π ; ■ 18π ; $\boxed{c}$ 18 ; $\boxed{d}$ 12 .

3. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ ■ $\arctan x^2$; $\boxed{b}$ $x^2 \arctan x$; $\boxed{c}$ $\cos x^2$; $\boxed{d}$ $|\tanh x|^{1/2}$.

4. La media $⨍_0^{\pi/2} \cos^4 x\, dx$ vale $\boxed{a}$ $3/4$; ■ $3/8$; $\boxed{c}$ $3\pi/4$; $\boxed{d}$ $3\pi/8$.

5. Sia $f(x, y, z) = 2(x - 3)^2 - 6(x - 3)(z - 1) - 4(z - 1)^2 - (x + y)^8$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(3, -3, 1)$ un punto $\boxed{a}$ non stazionario; $\boxed{b}$ di minimo relativo; ■ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{d}$ di massimo relativo.

6. Il limite $\lim_{x \to 0} \int_0^{\pi} \cos(xy^2)\, dy$ vale $\boxed{a}$ 0 ; ■ π ; $\boxed{c}$ $\pi/2$; $\boxed{d}$ $+\infty$.

7. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 1$ se $x \leq 0$ e $f(x) = \cosh x^2$ se $x > 0$ risulta $\boxed{a}$ di classe C^2 e non di classe C^3 ; $\boxed{b}$ non di classe C^2 ; $\boxed{c}$ di classe C^∞ ; ■ di classe C^3 e non di classe C^4 .

8. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (3x_1, 3x_2, 4x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r, h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0, h]$. Allora la formula $\operatorname{area} \mathbf{f}(C(9, 7)) = \lambda \operatorname{area} C(9, 7)$ è vera se λ vale ■ 12 ; $\boxed{b}$ 10 ; $\boxed{c}$ 63 ; $\boxed{d}$ 36 .

9. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è $\boxed{a}$ sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; $\boxed{b}$ necessario che f sia continua; $\boxed{c}$ necessario che f sia di classe C^1 e che $f'(x) > 0\ \ \forall x$; ■ sufficiente che f sia differenziabile con f' non negativa ovunque e nulla al più negli interi.

10. La funzione $f(x) = \int_{\pi}^{x^3} |\sin y|\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{a}$ limitata; ■ strettamente crescente; $\boxed{c}$ convessa; $\boxed{d}$ lipschitziana.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Fra le funzioni $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$
$\boxed{\text{a}}$ $\cos x^2$; $\boxed{\text{b}}$ $|\tanh x|^{1/2}$; ■ $\arctan x^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x^2 \arctan x$.

2. Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (3x_1, 3x_2, 4x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area}\mathbf{f}(C(9,7)) = \lambda \operatorname{area} C(9,7)$ è vera se λ vale $\boxed{\text{a}}$ 63 ; $\boxed{\text{b}}$ 36 ; ■ 12 ; $\boxed{\text{d}}$ 10 .

3. Perché $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sia strettamente crescente è $\boxed{\text{a}}$ necessario che f sia di classe C^1 e che $f'(x) > 0$ $\forall x$; ■ sufficiente che f sia differenziabile con f' non negativa ovunque e nulla al più negli interi; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; $\boxed{\text{d}}$ necessario che f sia continua.

4. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = 1 - \cos(tu(t))$ e $u(0) = 0$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è ■ costante; $\boxed{\text{b}}$ strettamente convessa; $\boxed{\text{c}}$ strettamente concava; $\boxed{\text{d}}$ strettamente monotona.

5. Sia $B = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 9,\ 0 \le z \le (x/2) + (y/3) + 2\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{\text{a}}$ 18 ; $\boxed{\text{b}}$ 12 ; $\boxed{\text{c}}$ 12π ; ■ 18π .

6. La media $⨍_0^{\pi/2} \cos^4 x\,dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $3\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $3\pi/8$; $\boxed{\text{c}}$ $3/4$; ■ $3/8$.

7. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y|\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ limitata; ■ strettamente crescente.

8. Il limite $\lim_{x\to 0} \int_0^\pi \cos(xy^2)\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/2$; $\boxed{\text{b}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{c}}$ 0 ; ■ π .

9. La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 1$ se $x \le 0$ e $f(x) = \cosh x^2$ se $x > 0$ risulta $\boxed{\text{a}}$ di classe C^∞ ; ■ di classe C^3 e non di classe C^4 ; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^2 e non di classe C^3 ; $\boxed{\text{d}}$ non di classe C^2 .

10. Sia $f(x,y,z) = 2(x-3)^2 - 6(x-3)(z-1) - 4(z-1)^2 - (x+y)^8$ per $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(3,-3,1)$ un punto ■ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ non stazionario; $\boxed{\text{d}}$ di minimo relativo.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è [a] sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; [b] necessario che f sia continua; [c] necessario che f sia di classe C^1 e che $f'(x) > 0 \ \ \forall x$; [■] sufficiente che f sia differenziabile con f' non negativa ovunque e nulla al più negli interi.

2. Il limite $\lim_{x\to 0} \int_0^{\pi} \cos(xy^2)\, dy$ vale [a] 0 ; [■] π ; [c] $\pi/2$; [d] $+\infty$.

3. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 1$ se $x \leq 0$ e $f(x) = \cosh x^2$ se $x > 0$ risulta [a] di classe C^2 e non di classe C^3 ; [b] non di classe C^2 ; [c] di classe C^∞ ; [■] di classe C^3 e non di classe C^4 .

4. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ [■] $\arctan x^2$; [b] $x^2 \arctan x$; [c] $\cos x^2$; [d] $|\tanh x|^{1/2}$.

5. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (3x_1, 3x_2, 4x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area} \mathbf{f}(C(9,7)) = \lambda \operatorname{area} C(9,7)$ è vera se λ vale [■] 12 ; [b] 10 ; [c] 63 ; [d] 36 .

6. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = 1 - \cos(tu(t))$ e $u(0) = 0$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è [a] strettamente concava; [b] strettamente monotona; [■] costante; [d] strettamente convessa.

7. Sia $f(x,y,z) = 2(x-3)^2 - 6(x-3)(z-1) - 4(z-1)^2 - (x+y)^8$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(3,-3,1)$ un punto [a] non stazionario; [b] di minimo relativo; [■] stazionario ma non di estremo relativo; [d] di massimo relativo.

8. La media $⨍_0^{\pi/2} \cos^4 x\, dx$ vale [a] $3/4$; [■] $3/8$; [c] $3\pi/4$; [d] $3\pi/8$.

9. La funzione $f(x) = \int_{\pi}^{x^3} |\sin y|\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è [a] limitata; [■] strettamente crescente; [c] convessa; [d] lipschitziana.

10. Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \leq 9, \ 0 \leq z \leq (x/2) + (y/3) + 2\}$. Allora il volume di B vale [a] 12π ; [■] 18π ; [c] 18 ; [d] 12 .

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno **05/07/05**	**Cognome e nome (stampatello)**	**C.L. (M/F)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x)=1$ se $x\le 0$ e $f(x)=\cosh x^2$ se $x>0$ risulta $\boxed{\text{a}}$ di classe C^∞ ; ■ di classe C^3 e non di classe C^4 ; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^2 e non di classe C^3 ; $\boxed{\text{d}}$ non di classe C^2 .

2. La media $⨍_0^{\pi/2}\cos^4 x\,dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $3\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $3\pi/8$; $\boxed{\text{c}}$ $3/4$; ■ $3/8$.

3. La funzione $f(x)=\int_\pi^{x^3}|\sin y|\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ limitata; ■ strettamente crescente.

4. Perché $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sia strettamente crescente è $\boxed{\text{a}}$ necessario che f sia di classe C^1 e che $f'(x)>0\ \ \forall x$; ■ sufficiente che f sia differenziabile con f' non negativa ovunque e nulla al più negli interi; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; $\boxed{\text{d}}$ necessario che f sia continua.

5. Il limite $\lim_{x\to 0}\int_0^\pi\cos(xy^2)\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/2$; $\boxed{\text{b}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{c}}$ 0 ; ■ π .

6. Fra le funzioni $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x)=$ $\boxed{\text{a}}$ $\cos x^2$; $\boxed{\text{b}}$ $|\tanh x|^{1/2}$; ■ $\arctan x^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x^2\arctan x$.

7. Sia $B=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x^2+y^2\le 9,\ 0\le z\le (x/2)+(y/3)+2\big\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{\text{a}}$ 18 ; $\boxed{\text{b}}$ 12 ; $\boxed{\text{c}}$ 12π ; ■ 18π .

8. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t)=1-\cos(tu(t))$ e $u(0)=0$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è ■ costante; $\boxed{\text{b}}$ strettamente convessa; $\boxed{\text{c}}$ strettamente concava; $\boxed{\text{d}}$ strettamente monotona.

9. Sia $f(x,y,z)=2(x-3)^2-6(x-3)(z-1)-4(z-1)^2-(x+y)^8$ per $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(3,-3,1)$ un punto ■ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ non stazionario; $\boxed{\text{d}}$ di minimo relativo.

10. Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x)=(3x_1,3x_2,4x_3)$ e, per $r,h>0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2+x_2^2=r^2$ e $x_3\in[0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area}\mathbf{f}(C(9,7))=\lambda\operatorname{area}C(9,7)$ è vera se λ vale $\boxed{\text{a}}$ 63 ; $\boxed{\text{b}}$ 36 ; ■ 12 ; $\boxed{\text{d}}$ 10 .

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y|\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è [a] limitata; [■] strettamente crescente; [c] convessa; [d] lipschitziana.

2. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = 1 - \cos(tu(t))$ e $u(0) = 0$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è [a] strettamente concava; [b] strettamente monotona; [■] costante; [d] strettamente convessa.

3. Sia $f(x, y, z) = 2(x-3)^2 - 6(x-3)(z-1) - 4(z-1)^2 - (x+y)^8$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(3, -3, 1)$ un punto [a] non stazionario; [b] di minimo relativo; [■] stazionario ma non di estremo relativo; [d] di massimo relativo.

4. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 1$ se $x \leq 0$ e $f(x) = \cosh x^2$ se $x > 0$ risulta [a] di classe C^2 e non di classe C^3 ; [b] non di classe C^2 ; [c] di classe C^∞ ; [■] di classe C^3 e non di classe C^4 .

5. La media $⨍_0^{\pi/2} \cos^4 x\, dx$ vale [a] $3/4$; [■] $3/8$; [c] $3\pi/4$; [d] $3\pi/8$.

6. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è [a] sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; [b] necessario che f sia continua; [c] necessario che f sia di classe C^1 e che $f'(x) > 0 \ \forall x$; [■] sufficiente che f sia differenziabile con f' non negativa ovunque e nulla al più negli interi.

7. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (3x_1, 3x_2, 4x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r, h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0, h]$. Allora la formula $\operatorname{area} \mathbf{f}(C(9, 7)) = \lambda \operatorname{area} C(9, 7)$ è vera se λ vale [■] 12 ; [b] 10 ; [c] 63 ; [d] 36 .

8. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ [■] $\arctan x^2$; [b] $x^2 \arctan x$; [c] $\cos x^2$; [d] $|\tanh x|^{1/2}$.

9. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9,\ 0 \leq z \leq (x/2) + (y/3) + 2\}$. Allora il volume di B vale [a] 12π ; [■] 18π ; [c] 18 ; [d] 12 .

10. Il limite $\lim_{x \to 0} \int_0^\pi \cos(xy^2)\, dy$ vale [a] 0 ; [■] π ; [c] $\pi/2$; [d] $+\infty$.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno	**Cognome e nome (stampatello)**	**C.L. (M/F)**
05/07/05		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: $\blacksquare$
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f(x,y,z) = 3(x-2)^2 + 8(x-2)(y-1) - 3(y-1)^2 + (x+z)^8$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(2,1,-2)$ un punto $\blacksquare$ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ non stazionario; $\boxed{\text{d}}$ di minimo relativo.

2. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ $\boxed{\text{a}}$ $\sin x^2$; $\boxed{\text{b}}$ $|\arctan x|^{1/2}$; $\blacksquare$ $\tanh x^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x^2 \tanh x$.

3. Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 \le 4, \; 0 \le z \le (x/3) + (y/2) + 3\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{\text{a}}$ 12 ; $\boxed{\text{b}}$ 18 ; $\boxed{\text{c}}$ 18π ; $\blacksquare$ 12π .

4. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y| \, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ concava; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ limitata; $\blacksquare$ di classe C^1 ma non di classe C^2 .

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = \cos(tu(t))$ e $u(0) = 1$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è $\blacksquare$ strettamente monotona; $\boxed{\text{b}}$ strettamente convessa; $\boxed{\text{c}}$ strettamente concava; $\boxed{\text{d}}$ costante.

6. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \le 0$ e $f(x) = \sinh x - x$ se $x > 0$ risulta $\boxed{\text{a}}$ di classe C^∞ ; $\blacksquare$ di classe C^2 e non di classe C^3 ; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^3 e non di classe C^4 ; $\boxed{\text{d}}$ non di classe C^2 .

7. Il limite $\lim_{x\to 0} \int_0^\pi \sin(xy^2) \, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/2$; $\boxed{\text{b}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{c}}$ π ; $\blacksquare$ 0 .

8. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è $\boxed{\text{a}}$ necessario che f sia differenziabile e che $f'(x) > 0 \;\; \forall x$; $\blacksquare$ sufficiente che f sia di classe C^1 con f' non negativa ovunque e nulla al più in un numero finito di punti; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; $\boxed{\text{d}}$ necessario che f sia continua.

9. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (2x_1, 2x_2, 5x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area} \mathbf{f}(C(7,9)) = \lambda \operatorname{area} C(7,9)$ è vera se λ vale $\boxed{\text{a}}$ 63 ; $\boxed{\text{b}}$ 20 ; $\blacksquare$ 10 ; $\boxed{\text{d}}$ 12 .

10. La media $⨍_0^\pi \sin^4 x \, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $3\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $3\pi/8$; $\boxed{\text{c}}$ $3/4$; $\blacksquare$ $3/8$.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \le 4, \ 0 \le z \le (x/3) + (y/2) + 3\}$. Allora il volume di B vale [a] 18π ; ■ 12π ; [c] 12 ; [d] 18 .

2. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è [a] sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; [b] necessario che f sia continua; [c] necessario che f sia differenziabile e che $f'(x) > 0 \ \ \forall x$; ■ sufficiente che f sia di classe C^1 con f' non negativa ovunque e nulla al più in un numero finito di punti.

3. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (2x_1, 2x_2, 5x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r, h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0, h]$. Allora la formula $\operatorname{area} \mathbf{f}(C(7, 9)) = \lambda \operatorname{area} C(7, 9)$ è vera se λ vale ■ 10 ; [b] 12 ; [c] 63 ; [d] 20 .

4. Sia $f(x, y, z) = 3(x-2)^2 + 8(x-2)(y-1) - 3(y-1)^2 + (x+z)^8$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(2, 1, -2)$ un punto [a] non stazionario; [b] di minimo relativo; ■ stazionario ma non di estremo relativo; [d] di massimo relativo.

5. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ ■ $\tanh x^2$; [b] $x^2 \tanh x$; [c] $\sin x^2$; [d] $|\arctan x|^{1/2}$.

6. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y| \, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è [a] limitata; ■ di classe C^1 ma non di classe C^2 ; [c] concava; [d] lipschitziana.

7. La media $⨍_0^\pi \sin^4 x \, dx$ vale [a] $3/4$; ■ $3/8$; [c] $3\pi/4$; [d] $3\pi/8$.

8. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \le 0$ e $f(x) = \sinh x - x$ se $x > 0$ risulta [a] di classe C^3 e non di classe C^4 ; [b] non di classe C^2 ; [c] di classe C^∞ ; ■ di classe C^2 e non di classe C^3 .

9. Il limite $\lim_{x \to 0} ⨍_0^\pi \sin(xy^2) \, dy$ vale [a] π ; ■ 0 ; [c] $\pi/2$; [d] $+\infty$.

10. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = \cos(tu(t))$ e $u(0) = 1$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è [a] strettamente concava; [b] costante; ■ strettamente monotona; [d] strettamente convessa.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (2x_1, 2x_2, 5x_3)$ e, per $r, h > 0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area}\mathbf{f}(C(7,9)) = \lambda \operatorname{area} C(7,9)$ è vera se λ vale [a] 63; [b] 20; [■] 10; [d] 12.

2. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \le 0$ e $f(x) = \sinh x - x$ se $x > 0$ risulta [a] di classe C^∞; [■] di classe C^2 e non di classe C^3; [c] di classe C^3 e non di classe C^4; [d] non di classe C^2.

3. Il limite $\lim_{x\to 0} \int_0^\pi \sin(xy^2)\, dy$ vale [a] $\pi/2$; [b] $+\infty$; [c] π; [■] 0.

4. Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le z \le (x/3) + (y/2) + 3\}$. Allora il volume di B vale [a] 12; [b] 18; [c] 18π; [■] 12π.

5. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è [a] necessario che f sia differenziabile e che $f'(x) > 0\ \forall x$; [■] sufficiente che f sia di classe C^1 con f' non negativa ovunque e nulla al più in un numero finito di punti; [c] sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; [d] necessario che f sia continua.

6. Sia $f(x,y,z) = 3(x-2)^2 + 8(x-2)(y-1) - 3(y-1)^2 + (x+z)^8$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(2,1,-2)$ un punto [■] stazionario ma non di estremo relativo; [b] di massimo relativo; [c] non stazionario; [d] di minimo relativo.

7. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = \cos(tu(t))$ e $u(0) = 1$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è [■] strettamente monotona; [b] strettamente convessa; [c] strettamente concava; [d] costante.

8. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y|\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è [a] concava; [b] lipschitziana; [c] limitata; [■] di classe C^1 ma non di classe C^2.

9. La media $⨍_0^\pi \sin^4 x\, dx$ vale [a] $3\pi/4$; [b] $3\pi/8$; [c] $3/4$; [■] $3/8$.

10. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ [a] $\sin x^2$; [b] $|\arctan x|^{1/2}$; [■] $\tanh x^2$; [d] $x^2 \tanh x$.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Il limite $\lim_{x\to 0}\int_0^\pi \sin(xy^2)\,dy$ vale $\boxed{a}$ π ; ■ 0 ; $\boxed{c}$ $\pi/2$; $\boxed{d}$ $+\infty$.

2. La funzione $f(x)=\int_\pi^{x^3}|\sin y|\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è $\boxed{a}$ limitata; ■ di classe C^1 ma non di classe C^2 ; $\boxed{c}$ concava; $\boxed{d}$ lipschitziana.

3. La media $\fint_0^\pi \sin^4 x\,dx$ vale $\boxed{a}$ $3/4$; ■ $3/8$; $\boxed{c}$ $3\pi/4$; $\boxed{d}$ $3\pi/8$.

4. Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x)=(2x_1,2x_2,5x_3)$ e, per $r,h>0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2+x_2^2=r^2$ e $x_3\in[0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area}\mathbf{f}(C(7,9))=\lambda\operatorname{area}C(7,9)$ è vera se λ vale ■ 10 ; $\boxed{b}$ 12 ; $\boxed{c}$ 63 ; $\boxed{d}$ 20 .

5. La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x)=0$ se $x\le 0$ e $f(x)=\sinh x-x$ se $x>0$ risulta $\boxed{a}$ di classe C^3 e non di classe C^4 ; $\boxed{b}$ non di classe C^2 ; $\boxed{c}$ di classe C^∞ ; ■ di classe C^2 e non di classe C^3 .

6. Sia $B=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x^2+y^2\le 4,\ 0\le z\le (x/3)+(y/2)+3\}$. Allora il volume di B vale $\boxed{a}$ 18π ; ■ 12π ; $\boxed{c}$ 12 ; $\boxed{d}$ 18 .

7. Fra le funzioni $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x)=$ ■ $\tanh x^2$; $\boxed{b}$ $x^2\tanh x$; $\boxed{c}$ $\sin x^2$; $\boxed{d}$ $|\arctan x|^{1/2}$.

8. Sia $f(x,y,z)=3(x-2)^2+8(x-2)(y-1)-3(y-1)^2+(x+z)^8$ per $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(2,1,-2)$ un punto $\boxed{a}$ non stazionario; $\boxed{b}$ di minimo relativo; ■ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{d}$ di massimo relativo.

9. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t)=\cos(tu(t))$ e $u(0)=1$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è $\boxed{a}$ strettamente concava; $\boxed{b}$ costante; ■ strettamente monotona; $\boxed{d}$ strettamente convessa.

10. Perché $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sia strettamente crescente è $\boxed{a}$ sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; $\boxed{b}$ necessario che f sia continua; $\boxed{c}$ necessario che f sia differenziabile e che $f'(x)>0\ \ \forall x$; ■ sufficiente che f sia di classe C^1 con f' non negativa ovunque e nulla al più in un numero finito di punti.

---

spazio riservato alla commissione

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 05/07/05	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. La media $⨍_0^\pi \sin^4 x\,dx$ vale [a] $3\pi/4$; [b] $3\pi/8$; [c] $3/4$; [■] $3/8$.

2. Sia $f(x,y,z) = 3(x-2)^2 + 8(x-2)(y-1) - 3(y-1)^2 + (x+z)^8$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora f ha in $(2,1,-2)$ un punto [■] stazionario ma non di estremo relativo; [b] di massimo relativo; [c] non stazionario; [d] di minimo relativo.

3. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = \cos(tu(t))$ e $u(0) = 1$. Allora esiste un intorno di 0 in cui u è [■] strettamente monotona; [b] strettamente convessa; [c] strettamente concava; [d] costante.

4. Il limite $\lim_{x\to 0} \int_0^\pi \sin(xy^2)\,dy$ vale [a] $\pi/2$; [b] $+\infty$; [c] π ; [■] 0 .

5. La funzione $f(x) = \int_\pi^{x^3} |\sin y|\,dy$, $x \in \mathbb{R}$, è [a] concava; [b] lipschitziana; [c] limitata; [■] di classe C^1 ma non di classe C^2 .

6. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data dalla formula $\mathbf{f}(x) = (2x_1, 2x_2, 5x_3)$ e, per $r,h > 0$, sia $C(r,h)$ il cilindro descritto dalle condizioni $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ e $x_3 \in [0,h]$. Allora la formula $\operatorname{area}\mathbf{f}(C(7,9)) = \lambda \operatorname{area} C(7,9)$ è vera se λ vale [a] 63 ; [b] 20 ; [■] 10 ; [d] 12 .

7. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia strettamente crescente è [a] necessario che f sia differenziabile e che $f'(x) > 0 \ \forall x$; [■] sufficiente che f sia di classe C^1 con f' non negativa ovunque e nulla al più in un numero finito di punti; [c] sufficiente che f sia di classe C^1 e che f' sia non negativa e non identicamente nulla; [d] necessario che f sia continua.

8. Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \le 4, \ 0 \le z \le (x/3) + (y/2) + 3\}$. Allora il volume di B vale [a] 12 ; [b] 18 ; [c] 18π ; [■] 12π .

9. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella lipschitziana è data dalla formula $f(x) =$ [a] $\sin x^2$; [b] $|\arctan x|^{1/2}$; [■] $\tanh x^2$; [d] $x^2 \tanh x$.

10. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x) = 0$ se $x \le 0$ e $f(x) = \sinh x - x$ se $x > 0$ risulta [a] di classe C^∞ ; [■] di classe C^2 e non di classe C^3 ; [c] di classe C^3 e non di classe C^4 ; [d] non di classe C^2 .

---

spazio riservato alla commissione