

# Concetti di Analisi Matematica di Base

<b>Appello del giorno</b>  <b>05/07/05</b>	<b>Cognome e nome (stampatello)</b>	<b>C.L. (M/F)</b>
--	-------------------------------------	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Per  $r > 0$  sia  $C_r = (-r, r)^3$  e sia  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che  $\lim_{x \rightarrow (0,0,0)} \mathbf{f}(x) = (3, 0)$ . Allora esiste  $\delta > 0$  tale che  a  $|\mathbf{f}(x)| \leq 4$  per  $x \in C_\delta$ ;  b  $\mathbf{f}$  è limitata in  $\mathbb{R}^3 \setminus C_\delta$ ;  c  $\mathbf{f}$  è continua in  $(0, 0, 0)$ ;  d  $|\mathbf{f}(x)| > 2$  se  $x/\delta \in C_4 \setminus C_2$ .
2. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^1$  e, per ogni versore  $\mathbf{r}$ , sia  $f_{\mathbf{r}}$  la derivata di  $f$  in  $(1, 3)$  nella direzione  $\mathbf{r}$ . Si sa che  $|f_{\mathbf{r}}| \leq 5$  per ogni versore  $\mathbf{r}$  e che  $f_{\mathbf{r}} = 5$  se  $\mathbf{r} = (1, -1)/\sqrt{2}$ . Allora  $\sqrt{2}f_{\mathbf{r}}$  con  $\mathbf{r} = (1, 0)$  vale  a 5;  b -4;  c 4;  d -5.
3. Siano  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  di classe  $C^1$  e  $L$  il suo differenziale in  $(2, 1, -5)$ . Si sa che  $Le_1 = (3, 4, -1)$ ,  $Le_2 = (-1, 2, 0)$ ,  $Le_3 = (0, 2, 1)$ . Allora  $\text{div } \mathbf{f}(2, 1, -5)$  vale  a 6;  b 5;  c 7;  d 4.
4. La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + (-1)^n n^3}{n^4 + \sin 5n}$   a converge assolutamente;  b diverge;  c converge semplicemente;  d oscilla.
5. Siano  $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = 1 + 6x$  se  $x < 0$  e  $f(x) = x^2 + \arctan 6x$  se  $x > 0$ . Allora  $f$  è  a differenziabile;  b discontinua in almeno un punto;  c continua ma non ovunque differenziabile;  d limitata.
6. Sia  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  una serie reale convergente. Allora ( $o$  essendo inteso per  $n \rightarrow \infty$ )  a esiste il limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 a_n$ ;  b  $a_n = o(1/n)$ ;  c  $|a_n| = o(1/n)$ ;  d  $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$ .
7. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-3} \ln(1 + 4x^2)$  vale  a  $+\infty$ ;  b 4;  c 0;  d non esiste.
8. Il limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{2/n}^{4/n} \cos(x^2) dx$  vale  a 4;  b 2;  c 0;  d  $+\infty$ .
9. Sia  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^1$  tale che  $5u^3(x) - (x+1)^4 u(x) = 4(x+1)^6$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $u(0) = 1$ . Allora  $2u'(0)$  vale  a 8;  b 0;  c 4;  d  $+\infty$ .
10. Sia  $\rho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $\rho(x) = 2$  se  $x \leq 0$  e  $\rho(x) = 6$  se  $x > 0$  e sia  $m$  la misura definita da  $m(I) = \int_I \rho(x) dx$  se  $I$  è un intervallo limitato. Allora  $\int_{(-1,1)} \text{sign } x dm$   a vale 0;  b vale 1;  c non esiste;  d vale 4.

spazio riservato alla commissione