Analisi Matematica 2

Prova scritta **03/09/13**	**Cognome e nome (stampatello chiaro)**	**C.L. (Mat/Fis)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si ponga $f(x) = \sqrt[5]{1+x^4} + \sqrt[5]{1-x^4} - 2$ per $x \in (-1,1)$. Allora $f^{(8)}(0)/8!$ vale
[a] $-3/25$; [b] $3/25$; [■] $-4/25$; [d] $-3/16$.

• **2. Matematici:** Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x > |y|\}$ e sia $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^2)^*$ la forma differenziale chiusa data dalla formula $\omega(x,y) = (x^2-y^2)^{-1}\big((5x-y)\,dx + (x-5y)\,dy\big)$. Allora l'integrale $\int_{[(1,0),(4,2),(3,0)]} \omega$ vale [a] $5\ln 2$; [b] $4\ln 2$; [c] $2\ln 4$; [■] $5\ln 3$.

• **3. Matematici:** Per n intero positivo, sia $f_n : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ data da $f_n(x) = x^n - x^{n+4}$. Allora la successione $\{f_n\}$ (legenda: C=converge, P=puntualmente, U=uniformemente)
[a] CP in $[0,+\infty)$; [b] CP in $[0,4]$ ma non in $[0,+\infty)$; [■] CU in $[0,1]$;
[d] CU in $(0,1)$ ma non in $[0,1]$.

4. Si ponga $\Sigma = \{\xi \in (0,+\infty)^3 : \ |\xi|^2 = 48\}$ e $f(\xi) = \xi_1\xi_2\xi_3$ per $\xi \in \Sigma$. Allora f
[a] ha minimo e $\min f = 0$; [b] non ha massimo e $\sup f = 16$; [c] ha massimo e $\max f = 16$; [■] ha massimo e $\max f = 64$.

5. Sia $B = \{(x,y,z) \in [0,+\infty)^3 : \ x \le 1, \ y^6 \le x^5, \ z \le y^5\}$. Allora il volume di B vale
[a] 16 ; [b] 36 ; [■] $1/36$; [d] $1/16$.

6. Almeno una delle soluzioni dell'equazione $3u''(t) + 12u(t) = 5\sin 2t$ $(t \ge 0)$ verifica la condizione [a] è limitata; [b] ha periodo 2 ; [c] è monotona; [■] $u'(3) = u(5)$.

7. Sia $C = \{(3\cos t, 3\sin t, 4t) : \ t \in [0,\pi/2]\}$. Allora l'integrale $\int_C y\,ds$ vale [a] 40 ;
[b] 20 ; [c] 30 ; [■] 15 .

8. Dato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = (5-t)^5\big((\pi/2) - \arctan u(t)\big)$, $u(0) = 0$, sia u la soluzione massimale. Allora [a] u è non globale; [b] $u(t) \ge 0$ per ogni $t \ge 0$;
[■] u è globale e ha massimo assoluto; [d] u è globale e ha minimo assoluto.

9. Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che $\int_0^1 \ln(1+x^2y^4)\,dy = \lambda x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$. Allora λ vale [■] $1/5$;
[b] $1/4$; [c] $1/2$; [d] $1/3$.

10. Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < |(x,y)| < 4\}$ e per $(x,y) \in A$ si ponga $\varphi(x,y) = (x^4+y^2)^{1/5}$ e $f(x,y) = \frac{\sinh(6\varphi(x,y))}{\varphi(x,y)}$. Allora f è [a] continua ma non uniformemente;
[b] non limitata; [c] discontinua; [■] uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione