Analisi Matematica 2

Prova scritta 03/09/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si ponga $f(x) = \sqrt[5]{1+x^4} + \sqrt[5]{1-x^4} - 2$ per $x \in (-1,1)$. Allora $f^{(8)}(0)/8!$ vale
a $-3/25$; b $3/25$; ■ $-4/25$; d $-3/16$.

• **2. Fisici:** Sia $f(x) = (x^+)^9(1-\cosh x^3)$ per $x \in \mathbb{R}$, ove $x^+ = \max\{x, 0\}$. Allora il massimo intero k per cui f è di classe C^k vale a 15 ; b 11 ; c 10 ; ■ 14 .

• **3. Fisici:** La funzione $x \mapsto x^2 e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, è convessa nell'intervallo a $(2,4)$; b $(3,5)$; ■ $(6,8)$; d $(0,2)$.

4. Si ponga $\Sigma = \{\xi \in (0,+\infty)^3 : \ |\xi|^2 = 48\}$ e $f(\xi) = \xi_1\xi_2\xi_3$ per $\xi \in \Sigma$. Allora f
a ha minimo e $\min f = 0$; b non ha massimo e $\sup f = 16$; c ha massimo e $\max f = 16$; ■ ha massimo e $\max f = 64$.

5. Sia $B = \{(x,y,z) \in [0,+\infty)^3 : \ x \leq 1, \ y^6 \leq x^5, \ z \leq y^5\}$. Allora il volume di B vale
a 16 ; b 36 ; ■ 1/36 ; d 1/16 .

6. Almeno una delle soluzioni dell'equazione $3u''(t) + 12u(t) = 5 \sin 2t$ $(t \geq 0)$ verifica la condizione a è limitata; b ha periodo 2 ; c è monotona; ■ $u'(3) = u(5)$.

7. Sia $C = \{(3\cos t, 3\sin t, 4t) : \ t \in [0, \pi/2]\}$. Allora l'integrale $\int_C y \, ds$ vale a 40 ; b 20 ; c 30 ; ■ 15 .

8. Dato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = (5-t)^5\big((\pi/2) - \arctan u(t)\big)$, $u(0) = 0$, sia u la soluzione massimale. Allora a u è non globale; b $u(t) \geq 0$ per ogni $t \geq 0$; ■ u è globale e ha massimo assoluto; d u è globale e ha minimo assoluto.

9. Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che $\int_0^1 \ln(1 + x^2y^4)\, dy = \lambda x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$. Allora λ vale ■ 1/5 ; b 1/4 ; c 1/2 ; d 1/3 .

10. Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < |(x,y)| < 4\}$ e per $(x,y) \in A$ si ponga $\varphi(x,y) = (x^4 + y^2)^{1/5}$ e $f(x,y) = \frac{\sinh(6\varphi(x,y))}{\varphi(x,y)}$. Allora f è a continua ma non uniformemente; b non limitata; c discontinua; ■ uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione