

## Analisi Matematica 2

<b>Prova scritta</b>  <b>02/02/11</b>	<b>Cognome e nome (stampatello chiaro)</b>	<b>C.L. (Mat/Fis)</b>
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

L'esercizio contrassegnato con  è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Il massimo degli  $n$  interi che rendono vera la formula  $\sinh(x^4) = x^4 + (1/6)x^{12} + o(x^n)$  per  $x \rightarrow 0$  vale  a) 12;  b) 9;  c) 19;  d) 14.
- 2. **Matematici:** Il raggio di convergenza della serie  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^{2n+3} / (n!)^\alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , vale  a)  $+\infty$  se e solo se  $\alpha \geq 1$ ;  b) 1 se  $\alpha = 1$ ;  c) 0 per almeno un  $\alpha \in (0, 1)$ ;  d)  $+\infty$  per ogni  $\alpha > 0$ .
- 3. **Matematici:** Uno degli aperti di  $\mathbb{R}^3$  elencati è semplicemente connesso. Individuare quale. Notazioni:  $B_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| < r\}$  e  $C_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |(x_1, x_2)| < r\}$  per  $r > 0$ .  a) il complementare di una retta;  b)  $C_2 \setminus \overline{C_1}$ ;  c)  $B_2 \setminus \overline{B_1}$ ;  d)  $\mathbb{R}^3 \setminus \overline{C_1}$ .
4. Se  $f(x, y) = \sin x \sin y$  per  $(x, y) \in (0, \pi)^2$ , allora  $f$  ha  a) almeno un punto di minimo locale;  b) almeno un punto stazionario che non è di estremo locale;  c) infiniti punti stazionari;  d) almeno un punto di massimo globale.
5. Sia  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^\infty$  e si ponga  $v(x, y) = u(2x + 3y)$  per  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Allora la formula  $D_x^n D_y^m v(1, 1) = \lambda u^{(k)}(c)$  è vera se  $(n, m, c, \lambda)$  vale  a) (1, 2, 1, 6);  b) (1, 2, 5, 36);  c) (2, 4, 5, 36);  d) (2, 1, 5, 6).
6. Sia  $v$  la soluzione globale del problema di Cauchy  $v''(t) + 3v'(t) + 2v(t) = e^{-t}$  per ogni  $t$ ,  $v(0) = 0$  e  $v'(0) = 1$ . Allora  $v(-2)$  vale  a) 0;  b) 2;  c)  $2e^{-2}$ ;  d)  $-2e^2$ .
7. Sia  $C_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = r, x_1 = x_2\}$ ,  $r > 0$ . Allora  $\int_{C_1} \exp(x_1) ds = \lambda \int_{C_2} \exp(x_1/2) ds$  se  $\lambda$  vale  a) 2;  b) 4;  c) 1/4;  d) 1/2.
8. Per  $\alpha \in (0, +\infty)$  sia  $u_\alpha$  la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti  $u'(t) = u^3(t) - u^4(t)$ ,  $u(0) = \alpha$ . Allora  a) ogni  $u_\alpha$  è globale e limitata;  b) almeno una  $u_\alpha$  non è globale;  c) ogni  $u_\alpha$  è concava;  d) ogni  $u_\alpha$  è strettamente monotona.
9. Per  $x \in \mathbb{R}$  sia  $f(x) = \int_{-1}^{2x} \sin(x^6 y^5) dy$ . Allora il rapporto  $f'(1/2) / \sin(2^{-6})$  vale  a) 2;  b) 1/2;  c) 1/6;  d) 1/5.
10. Se  $\alpha \in (0, 1)$  la funzione  $x \mapsto x^\alpha$ ,  $x \in (0, +\infty)$ , è  a) lipschitziana;  b) convessa;  c) limitata;  d) uniformemente continua.

spazio riservato alla commissione