Analisi Matematica 2

Prova scritta 02/02/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Il massimo degli n interi che rendono vera la formula $\sinh(x^4) = x^4 + (1/6)x^{12} + o(x^n)$ per $x \to 0$ vale [a] 12 ; [b] 9 ; ■ 19 ; [d] 14 .

• **2. Fisici:** Siano $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1\}$ e $f : S \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y, z) = x+y$. Allora f [a] non ha massimo; [b] ha massimo e $\max f$ vale $1/\sqrt{2}$; ■ ha massimo e $\max f$ vale $\sqrt{2}$; [d] ha massimo e $\max f$ vale 1 .

• **3. Fisici:** Il limite $\lim_{x\to 0^+}(x \ln x)^{-1} \int_0^x \tanh y \ln y \, dy$ vale [a] 1 ; [b] $+\infty$; ■ 0 ; [d] $\pi/2$.

4. Se $f(x, y) = \sin x \sin y$ per $(x, y) \in (0, \pi)^2$, allora f ha [a] almeno un punto di minimo locale; [b] almeno un punto stazionario che non è di estremo locale; [c] infiniti punti stazionari; ■ almeno un punto di massimo globale.

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ e si ponga $v(x, y) = u(2x + 3y)$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora la formula $D_x^n D_y^n v(1, 1) = \lambda\, u^{(k)}(c)$ è vera se (n, k, c, λ) vale [a] $(1, 2, 1, 6)$; [b] $(1, 2, 5, 36)$; ■ $(2, 4, 5, 36)$; [d] $(2, 1, 5, 6)$.

6. Sia v la soluzione globale del problema di Cauchy $v''(t)+3v'(t)+2v(t) = e^{-t}$ per ogni t , $v(0) = 0$ e $v'(0) = 1$. Allora $v(-2)$ vale [a] 0 ; [b] 2 ; [c] $2e^{-2}$; ■ $-2e^2$.

7. Sia $C_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = r,\ x_1 = x_2\}$, $r > 0$. Allora $\int_{C_1} \exp(x_1)\, ds = \lambda \int_{C_2} \exp(x_1/2)\, ds$ se λ vale [a] 2 ; [b] 4 ; [c] $1/4$; ■ $1/2$.

8. Per $\alpha \in (0, +\infty)$ sia u_α la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^3(t) - u^4(t)$, $u(0) = \alpha$. Allora ■ ogni u_α è globale e limitata; [b] almeno una u_α non è globale; [c] ogni u_α è concava; [d] ogni u_α è strettamente monotona.

9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_{-1}^{2x} \sin(x^6 y^5)\, dy$. Allora il rapporto $f'(1/2)/\sin(2^{-6})$ vale ■ 2 ; [b] $1/2$; [c] $1/6$; [d] $1/5$.

10. Se $\alpha \in (0, 1)$ la funzione $x \mapsto x^\alpha$, $x \in (0, +\infty)$, è [a] lipschitziana; [b] convessa; [c] limitata; ■ uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione