

# Analisi Matematica 1

<b>Prova scritta</b>  <b>02/02/11</b>	<b>Cognome e nome (stampatello chiaro)</b>	<b>C.L. (Mat/Fis)</b>
---------------------------------------------	--------------------------------------------	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Lo sviluppo  $\int_0^x \{2 \ln^2(e^3 + y^2) + (6/\pi) \arctan(1/y) - 5 \tanh(1/y)\} dy = \alpha + \beta x + \gamma|x| + o(x)$  per  $x \rightarrow 0$  è corretto se  $(\alpha, \beta, \gamma)$  vale  a  $(18, 0, -2)$ ;  b  $(0, 18, -2)$ ;  c  $(0, 18, -1)$ ;  d  $(0, 12, -2)$ .
2. Una funzione  $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifica  $2v^2(x) - 3x^3v(x) = 2x^6$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $v(1) = 2$  ed è di classe  $C^1$ . Allora il prodotto  $2v'(1)$  vale  a 12;  b 18;  c 6;  d 9.
3. **Importante: leggete l'email ufficiale!!!** La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifica  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1/2$ . Allora esiste  $\sigma \in (0, 1)$  tale che  a  $f(x) \geq 1/2$  se  $x \in (0, \sigma) \cup (\sigma, +\infty)$ ;  b  $f(x) \leq 1/2$  se  $x > 0$  e  $x, 1/x \in (0, \sigma)$ ;  c  $f(x) > \sigma$  se  $x > 0$  e  $x, 1/x \in (0, \sigma)$  **qui c'è un errore nel testo!!!**;  d  $f(x) > 1/4$  se  $x \in (0, \sigma) \cup (\sigma, +\infty)$ .
4. Il limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{11/2} \sqrt[12]{1+n^6} - n^6)$  vale  a  $1/11$ ;  b 0;  c  $1/6$ ;  d  $1/12$ .
5. Sia  $\psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $\psi(x, y) = \sin(11xy)$  se  $xy \geq 0$  e  $\psi(x, y) = \sinh(11xy)$  se  $xy < 0$ . Allora  $\psi$  è  a di classe  $C^1$ ;  b discontinua in  $(0, 0)$ ;  c discontinua in  $(11, 0)$ ;  d continua ma non differenziabile in  $(0, 0)$ .
6. L'integrale  $\int_0^1 x^2 \exp x^3 dx$  vale (questa versione non ha risposte esatte)  a  $\frac{e}{4}$ ;  b  $\frac{e}{3}$ ;  c  $\frac{1}{4}$ ;  d  $\frac{1}{3}$ .
7. Sia  $C \subset \mathbb{R}^2$  la circonferenza di centro  $(0, 0)$  e raggio 3. Detto  $S$  il semipiano  $x_2 > 0$  di  $\mathbb{R}^2$ , per ogni arco  $E \subseteq C$  si ponga  $m(E) = \text{lung}(E \cap S)$ . Se  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  è data da  $f(x) = 4/(\pi|x|^2)$  se  $x_1 > 0$  e  $f(x) = 0$  altrimenti, l'integrale  $\int_C (f|_C) dm$  vale  a 4;  b  $3/4$ ;  c  $2/3$ ;  d 3.
8. Fra le formule elencate individuare quella corretta  a  $\text{Im} e^{1+3i} = e \cos 3$ ;  b  $|\cos 2\pi i| \leq 1$ ;  c  $\text{Im} e^{4i} < 0$ ;  d  $|e^{4i-1}| > 1$ .
9. Sia  $\alpha \in (0, +\infty)$ . Allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^6 (\tanh(\alpha n^{-9}))^\alpha$  converge assolutamente  a per ogni  $\alpha > 0$ ;  b se  $\alpha < -1$ ;  c se  $\alpha = 8/9$ ;  d se  $\alpha = 7/9$ .
10. Siano  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^1$  tale che  $D_2\varphi(-2, 1) = 3$  e  $D_r\varphi(-2, 1) = 1/\sqrt{2}$  ove  $r$  è il versore del vettore  $(1, -1)$ . Allora  $|\nabla\varphi(-2, 1)|$  vale  a 5;  b 3;  c 4;  d 2.

spazio riservato alla commissione