Analisi Matematica 1

Prova scritta 02/02/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Lo sviluppo $\int_0^x \{2\ln^2(e^3+y^2)+(6/\pi)\arctan(1/y)-5\tanh(1/y)\}\,dy = \alpha+\beta x+\gamma|x|+o(x)$ per $x \to 0$ è corretto se (α,β,γ) vale [a] $(18,0,-2)$; [b] $(0,18,-2)$; [c] $(0,18,-1)$; [d] $(0,12,-2)$.

2. Una funzione $v:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifica $2v^2(x)-3x^3v(x)=2x^6$ per ogni $x\in\mathbb{R}$ e $v(1)=2$ ed è di classe C^1 . Allora il prodotto $2v'(1)$ vale [a] 12 ; [b] 18 ; [c] 6 ; [d] 9 .

3. **Importante: leggete l'email ufficiale!!!** La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifica $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1/2$. Allora esiste $\sigma \in (0,1)$ tale che [a] $f(x) \ge 1/2$ se $x \in (0,\sigma)\cup(\sigma,+\infty)$; [b] $f(x) \le 1/2$ se $x>0$ e $x, 1/x \in (0,\sigma)$; [c] $f(x) > \sigma$ se $x>0$ e $x,1/x\in(0,\sigma)$ **qui c'è un errore nel testo!!!**; [d] $f(x) > 1/4$ se $x \in (0,\sigma)\cup(\sigma,+\infty)$.

4. Il limite $\lim_{n\to\infty}\left(n^{11/2}\sqrt[12]{1+n^6}-n^6\right)$ vale [a] $1/11$; [b] 0 ; [c] $1/6$; [d] $1/12$.

5. Sia $\psi:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ data da $\psi(x,y)=\sin(11\,xy)$ se $xy\ge 0$ e $\psi(x,y)=\sinh(11\,xy)$ se $xy<0$. Allora ψ è [a] di classe C^1 ; [b] discontinua in $(0,0)$; [c] discontinua in $(11,0)$; [d] continua ma non differenziabile in $(0,0)$.

6. L'integrale $\int_0^1 x^2\exp x^3\,dx$ vale (*questa versione non ha risposte esatte*) [a] $\frac{e}{4}$; [b] $\frac{e}{3}$; [c] $\frac{1}{4}$; [d] $\frac{1}{3}$.

7. Sia $C\subset\mathbb{R}^2$ la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 3 . Detto S il semipiano $x_2>0$ di $\mathbb{R}^2$, per ogni arco $E\subseteq C$ si ponga $m(E)=\text{lungh}(E\cap S)$. Se $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ è data da $f(x)=4/(\pi|x|^2)$ se $x_1>0$ e $f(x)=0$ altrimenti, l'integrale $\int_C (f|_C)\,dm$ vale [a] 4 ; [b] $3/4$; [c] $2/3$; [d] 3 .

8. Fra le formule elencate individuare quella corretta [a] $\operatorname{Im} e^{1+3i} = e\cos 3$; [b] $|\cos 2\pi i|\le 1$; [c] $\operatorname{Im} e^{4i}<0$; [d] $|e^{4i-1}|>1$.

9. Sia $\alpha\in(0,+\infty)$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n^6\left(\tanh(\alpha n^{-9})\right)^{\alpha}$ converge assolutamente [a] per ogni $\alpha>0$; [b] se $\alpha<-1$; [c] se $\alpha=8/9$; [d] se $\alpha=7/9$.

10. Siano $\varphi:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $D_2\varphi(-2,1)=3$ e $D_r\varphi(-2,1)=1/\sqrt{2}$ ove r è il versore del vettore $(1,-1)$. Allora $|\nabla\varphi(-2,1)|$ vale [a] 5 ; [b] 3 ; [c] 4 ; [d] 2 .

---

spazio riservato alla commissione