

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica ☐

Bioingegneria ☐

Ing. Industriale ☐

---

**A1.** Determinare il polinomio di Taylor di grado 2 e centrato in  $x_0 = 4$  della funzione  $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-2}}$ :

**A2.** Risolvere il problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x}{2+x^2}y(x) + 2x \\ y(0) = 3\sqrt{2} + 4 \end{cases}$$

**A3.** Determinare **una** primitiva  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{6x} \sin(e^{3x})$

$F(x) =$

**A4.** Sia  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = 3x^\alpha \sin(1/x) \tanh(2/x^2) + \frac{\ln(1+2x^5)}{\sinh(3x^\alpha)}$  per  $x > 0$  e  $f(0) = 2/3$ . Determinare il parametro  $\alpha > 0$  in modo tale che  $f$  sia continua.

**A5\*** Tenendo conto che per  $x > 0$  risulta  $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ , dire per quali  $\alpha > 0$  converge la serie 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\frac{\pi}{2} - \arctan(3n)\right]^\alpha (e^{1/n^2} - 1)}{\ln\left(1 + \frac{5}{n^5}\right)}.$$

**A6\*** Si consideri la funzione **pari**  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (x^2 - 6)e^{-2|x|}$ ; sfruttando opportunamente la simmetria di  $f$ , determinare i punti di massimo e di minimo  e

il massimo e il minimo.

**A7.** Calcolare il seguente limite: 
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+x} + x^2 \arccos(3x) - \sqrt[2]{1-x} + \arcsin(7x)}{\sinh(x^{1/3}) + \arctan(x^{3/2}) - \sin(x^{1/3})} =$$

**A8.** Risolvere in  $\mathbb{C}$  l'equazione:  $(z\bar{z} + |Im(z)| + 6)(z^2 + 6iz + 16) = 0$

Scrivere il numero complesso  $w_0 = \frac{6+8i}{2+6i}$  in forma algebrica:

---

**B1.** Siano  $(a_n), (b_n)$  due successioni reali, tali che  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  non convergono. Allora:

[A] Se  $a_n, b_n \leq 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n + b_n)$  non converge. [B]  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$  non converge.

[C]  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$  non converge. [D] Se  $a_n \geq 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ a_n + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) b_n \right]$  non converge.

**B2.** Sia  $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$  una funzione integrabile. Allora [A]  $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ . [B]  $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx < 1$ .

[C]  $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx > -1$ . [D]  $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx \leq 1$ .

**B3.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(t) = o(t)$  per  $t \rightarrow 0$ . Allora [A]  $f\left(\arctan \frac{1}{x^2}\right) \sim \frac{1}{x^2}$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

[B]  $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ . [C]  $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{\sin x}{x}\right) = f(1)$ . [D]  $f\left(\arctan \frac{1}{x^2}\right) = o\left(\frac{1}{x^2}\right)$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

**B4.** Sia  $g : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ , pari, continua in  $[-a, a]$  e derivabile in  $(-a, a)$ . Allora [A]  $\exists c \in [-a, a]$  tale che  $g(c) = 0$ . [B]  $\forall x \in (-a, a)$  risulta  $g'(x) < 0$ . [C]  $\forall x \in (-a, a)$  risulta  $g'(x) > 0$ . [D]  $\exists c \in (-a, a)$  tale che  $g'(c) = 0$ .

**B5.** <sup>\*</sup> Sia  $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$ . Allora, per ogni  $\epsilon > 0$  esiste un  $\delta > 0$  tale che [A]  $1 - \epsilon \leq f(x) \leq 1$  per  $x \in [-1, -1 + \delta)$ . [B]  $1 < f(x) \leq 1 + \epsilon$  per  $x \in (-1, -1 + \delta)$ . [C]  $1 - \epsilon \leq f(x) \leq 1 + \epsilon$  per  $x \in (-1, -1 + \delta)$ . [D]  $1 - \epsilon < f(x) < 1 + \epsilon$  per  $x \in [-1, -1 + \delta)$ .

**B6.** Siano  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua, monotona strettamente crescente e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $g(x) = \arctan f(x)$ . Allora [A]  $\exists c \in \mathbb{R}$  tale che  $g(c) = 0$ . [B]  $g$  è limitata. [C]  $g$  è monotona strettamente decrescente. [D]  $g$  ha massimo e minimo.

**B7.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = 1 + 2x + 3x^3 + o(x^4)$  per  $x \rightarrow 0$ . Sia  $P_4$  il polinomio di MacLaurin di  $f$  di ordine 4. Allora [A]  $P_4(x) = 1 + 2x + 3x^3 + o(x^4)$ . [B]  $P_4(x) = 1 + 2x + 3x^3 + x^4$ . [C]  $P_4(x) = 1 + 2x + 3x^3$ . [D]  $P_4(x) = 1 + 2x + 3x^3 + 4x^4$ .

**B8.** Sia  $(a_n)$  una successione di numeri reali strettamente positivi. Allora: [A]  $\inf_{n \in \mathbb{N}} a_n \geq 0$ . [B]  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  esiste sempre (finito o infinito). [C]  $\sup_{n \in \mathbb{N}} a_n < +\infty$ . [D]  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ , se esiste, è strettamente positivo.

---