

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica ☐

Bioingegneria ☐

Ing. Industriale ☐

A1. Trovare e scrivere in forma algebrica le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $z(z - 2i) = 4$.

A2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} u''(t) + 36u(t) = t, \\ u(0) = 3, \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

A3. Sia $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \arctan(2x)}{x^3}, & x > 0 \\ a^{\cos x}, & x < 0. \end{cases}$. Per quale $a > 0$ f si prolunga con continuità in 0?

Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $-\frac{\pi}{2}$.

A4. Determinare il valore del seguente limite: $L_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cosh \frac{2}{n} - e^{-\frac{3}{n^2}}}{\ln(1 + \frac{4}{n}) - \sin \frac{4}{n}}$.

A5.* Sia $A \subset \mathbb{R}$ l'insieme degli $x > 0$ per cui convergono entrambe le serie numeriche $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{x-3}}$ e

$\sum_{n=0}^{\infty} (4-x)^n$. Calcolare il valore di $L = \sup A - \inf A$. Risulta $L =$.

A6.* Sia $f(x) = \frac{e^{1+\frac{x^2}{2}}}{x}$ per $x \neq 0$. Determinare gli estremi di f , precisando dove vengono raggiunti e se si tratta di estremi locali o globali.

A7. Calcolare l'integrale indefinito: $\int \ln(x^2 + 8) dx =$

A8. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x) = (x + 4) \cos(9x)$. Scrivere il polinomio di Taylor/Mc-Laurin di ordine 2 della f centrato in $x_o = 0$.

B1. Data $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, due volte derivabile con continuità in $\mathbb{R}$, sia $P_2(x; 1) = 3 + 6x + 9x^2$ il polinomio di Taylor/Mc-Laurin di ordine 2 della f centrato in $x_o = 1$. Allora ☐A $f'(1) = 24$. ☐B $f(1) = 3$. ☐C f è convessa in un intorno di $x_1 = 0$. ☐D $f(0) = 3$.

B2* Sia (a_n) una successione convergente. Allora ☐A $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ converge ☐B $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_{n+1} + a_n)$ converge
☐C $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_{n+1} - a_n)$ converge ☐D $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge

B3. Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$. Allora ☐A f è strettamente crescente in $(0, +\infty)$. ☐B f è pari. ☐C f è dispari. ☐D f è convessa in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B4* Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $F(x) = \int_0^x \min\{1, t^2\} dt$. Allora:
☐A $F'(x) = x^2$ per ogni $x \in [-1, 1]$. ☐B $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. ☐C F è di classe C^2 . ☐D F è di classe C^1 .

B5. Sia $f : (-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$. Allora ☐A f è limitata nell'intervallo $(-2, 0]$. ☐B $\exists x_o \in (-2, 2)$ t.c. $f(x_o) = 0$. ☐C f è concava in $(-2, 2]$. ☐D f è strettamente crescente in $(-2, 2]$.

B6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^2 . Allora per ogni $a < b$ esiste $c \in (a, b)$ tale che
☐A $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a) + f''(c)(b - a)^2$. ☐B $f(b) - f(a) = f'(a)(b - a) + \frac{1}{2}f''(c)(b - a)^2$.
☐C $f(b) - f(a) = f'(a)(b - a) + f''(c)(b - a)^2$. ☐D $f(b) - f(a) = f'(a)(b - a) + \frac{1}{2}f''(a)(b - a)^2$.

B7. Sia (a_n) una successione di numeri reali negativi tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(a_n) = l \in \mathbb{R}$. Allora:
☐A (a_n) è monotona. ☐B $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\frac{\pi}{2}$. ☐C (a_n) è infinitesima. ☐D Non si può dedurre che (a_n) è convergente.

B8. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e $f'(0) = 0$. Allora per $x \rightarrow 0$ risulta ☐A $f(x) = o(x^2)$.
☐B $f(x) \sim x$. ☐C $f(x) \sim x^2$. ☐D $f(x) = o(x)$
