

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica ☐

Bioingegneria ☐

Ing. Industriale ☐

A1.* Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^4 + 15}$; determinare il massimo e il minimo assoluti

e i punti di massimo e di minimo assoluto .

A2. Sia $p(x) = \alpha + 3x - 4x^2$ e sia $q(x) = \frac{\pi}{4} + \sqrt{2}x$. Determinare il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{p(x)} - e^\alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos(q(x))} = 2$.

A3. Risolvere in $\mathbb{C}$, scrivendo le soluzioni in forma algebrica, l'equazione : $z^2 + 6zi - i = \sqrt{2}e^{\frac{7\pi i}{4}}$

A4.* Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^6 + n^2 + n^4}{n^6 + n^5} \right)^{n^2} =$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x) + \ln^4(1+x)}{2 \arctan^3(x)} =$

A5. Risolvere il seguente integrale definito: $I = \int_1^3 \sqrt{2x+4} e^{\sqrt{2x+4}} dx$.

$I =$

A6. Determinare, usando gli sviluppi noti, il polinomio di Taylor di grado 3 e centrato in $x_0 = 2$ di

$f(x) = e^{(x-2)} \sin(x-2) \cos^3(x-2)$:

A7. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = 4(x-1)y(x) + \ln(x+2)e^{2(x-1)^2} \\ y(1) = 3 + 3 \ln 3 \end{cases}$

A8. Dire per quali $\alpha > 0$ converge la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{1}{n^\alpha} \left(\frac{1}{n^{\frac{1}{7}}} - \ln \left(1 + \frac{1}{n^{\frac{1}{7}}} \right) \right)^2$:

B1* Sia $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, pari, continua in $[-a, a]$ e derivabile in $(-a, a)$ e $g(x) : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \sin[f(x) + 1]$. Allora ☐A g è dispari. ☐B $g'(x) = \cos[f'(x) + 1]$. ☐C $\exists c \in (-a, a)$ tale che $g'(c) = 0$. ☐D $\nexists c \in (-a, a)$ tale che $g'(c) = 0$.

B2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(t) = o(t)$ per $t \rightarrow +\infty$. Allora ☐A $\lim_{x \rightarrow 0^+} x f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$. ☐B $f(x^2) \sim x^2$ per $x \rightarrow +\infty$. ☐C $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x+1}{x+4}\right) = f(1)$. ☐D $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$.

B3.* Siano f e g tali che $f(x) = a + bx + cx^2 + o(x^2)$ e $g(x) = 1 + \beta x + o(x)$ per $x \rightarrow 0$. Si consideri la funzione $h(x) = f(x)/g(x)$ e sia P il polinomio di Taylor-MacLaurin di ordine 1 e centro 0 per h . Allora ☐A $P(x) = a + (b - a\beta)x$. ☐B $P(x) = a + bx + o(x)$. ☐C $P(x) = a + bx$. ☐D $P(x) = \frac{a + bx}{1 + \beta x}$.

B4. Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua, monotona strettamente crescente e $g : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ definita da $g(x) = \frac{1}{1 + [f(x)]^2}$. Allora ☐A $\exists c \in \mathbb{R}$ tale che $g(c) = 2$. ☐B g non è limitata. ☐C g ha massimo e minimo. ☐D g è monotona strettamente decrescente.

B5. Sia (a_n) una successione di numeri reali tale che non esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$. Allora: ☐A $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n a_n$ non esiste. ☐B (a_n) non può avere segno costante. ☐C $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n a_n$ esiste. ☐D (a_n) non è monotona.

B6. Sia (a_n) una successione reale, tale che $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge. Allora, detta $b_n = \max\{a_n, 0\}$ e $c_n = \max\{-a_n, 0\}$:

☐A Se $a_n \leq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$ diverge. ☐B Se $a_n \geq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. ☐C $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$ non converge. ☐D $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge.

B7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ una funzione continua. Si consideri la funzione composta $g(x) = \ln(f(x))$. Allora, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$ ☐A $-\infty$. ☐B $+\infty$. ☐C $f(0)$. ☐D $\ln(f(0))$.

B8. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione integrabile e sia $c = \frac{1}{2}(a + b)$. Allora $\int_c^b f(x) dx =$ ☐A $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$. ☐B $\int_a^b f(x) dx + \int_c^a f(x) dx$. ☐C $\frac{1}{2} \int_a^b f(x) dx$. ☐D $\int_a^b f(x) dx + \int_a^c f(x) dx$.