

---

Analisi Matematica 1 - 16/06/26 - Tempo a disposizione: 2h e 30 minuti

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica

Bioingegneria

Ing. Industriale

A1. \* Si consideri la funzione  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{-\frac{\pi}{2\sqrt{3}}x} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ; determinare il massimo e il minimo assoluti  e i punti di massimo e di minimo assoluto

A2. Calcolare per parti il seguente integrale definito:  $I = \int_2^6 \frac{\ln(4^2 + t^2)}{t^2} dt$ .

$I =$

A3. Risolvere in  $\mathbb{C}$ , scrivendo le soluzioni in forma esponenziale, l'equazione:  $\frac{|z|^3 z^6}{z} = 8 \left( +\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$

A4. Sia  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{\sinh(\alpha x) - \sin(5x)}{\ln(1 + 2|x|)}$ . Siano  $\ell^\pm = \lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x)$ .

Determinare il parametro  $\alpha > 0$  in modo tale che  $\ell^+ - \ell^- = 3$ .

A5. Determinare il polinomio di Taylor di grado 2 e centrato in  $x_0 = 4$  di  $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$ :

A6. Risolvere il problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = 0. \end{cases}$$

A7. Determinare per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha \left( \frac{2}{n^{1/2}} - \sin\left(\frac{2}{n^{1/2}}\right) \right)^3$ :

A8\* Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{3n^6 + n^2 + n^{4/3}}{n^{10/3} + 3n^6} \right)^{2n^{8/3}} =$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} \cos(x) - 1 - (3 - \frac{1}{2})x^2}{\arctan^4(x)} =$

---

---

**B1.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione dispari, tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = r$  con  $r \in [0, +\infty)$ . Siano  $\ell^\pm = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^\pm} f(\tan^3(x))$ . Allora  **A**  $\ell^+ \geq \ell^-$ .  **B**  $\ell^+ \leq \ell^-$ .  **C**  $\ell^+ < \ell^-$ .  **D**  $\ell^+ > \ell^-$ .

**B2.\*** Sia  $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ , continua in  $[-a, a]$  e derivabile in  $(-a, a)$ . Allora  **A**  $\exists c \in (-a, a)$  tale che  $\cos[f'(c)] = \frac{\cos[f(a)] - \cos[f(-a)]}{2a}$ .  **B**  $\frac{\cos[f(a)] - \cos[f(-a)]}{2a} = 0$ .  **C**  $\exists c \in (-a, a)$  tale che  $f'(c) \sin[f'(c)] = \frac{\cos[f(a)] - \cos[f(-a)]}{2a}$ .  **D**  $\exists c \in (-a, a)$  tale che  $-f'(c) \sin[f(c)] = \frac{\cos[f(a)] - \cos[f(-a)]}{2a}$ .

**B3.** Siano  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua, monotona strettamente crescente e  $g : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$  definita da  $g(x) = e^{-f(x)}$ . Allora  **A**  $g$  è monotona strettamente decrescente.  **B**  $g$  è limitata.  **C**  $g$  ha massimo e minimo.  **D**  $\exists c \in \mathbb{R}$  tale che  $g(c) = -1$ .

**B4.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(t) = o\left(\frac{1}{t}\right)$  per  $t \rightarrow +\infty$ . Allora  **A**  $f(e^x) \sim \frac{1}{e^x}$  per  $x \rightarrow +\infty$ .  **B**  $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$ .  **C**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x^2+1}{x^2+4}\right) = f(1)$ .  **D**  $f(e^x) = o(e^{-x})$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

**B5.** Sia  $(a_n)$  una successione di numeri reali strettamente negativi. Allora:  **A**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  esiste sempre (finito o infinito).  **B**  $\inf_{n \in \mathbb{N}} a_n > -\infty$ .  **C** Se  $a_n$  è crescente, allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  esiste finito.  **D**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n a_n$  non esiste.

**B6.** Siano  $f(x) = 2 - 3x + o(x)$  e  $g(x) = 1 + 3x + x^2 + o(x^2)$  per  $x \rightarrow 0$ . Sia  $h(x) = f(x^3) - g(x^2)$ . Allora il polinomio di Taylor-MacLaurin di ordine 3 per  $h$  è  **A**  $p(x) = 1 - 3x - 3x^2 + x^4$ .  **B**  $p(x) = 1 + x - 3x^2$ .  **C**  $p(x) = 1 + x - 3x^2 + x^4$ .  **D**  $p(x) = 1 - 3x^2 - 3x^3$ .

**B7.\*** Sia  $(a_n)$  una successione reale, tale che  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  converge. Allora, detta  $b_n = \max\{a_n, 0\}$  e  $c_n = \max\{-a_n, 0\}$ :

**A** Se  $a_n \leq 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$  non converge.  **B**  $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$  non converge.  **C**  $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  converge.  **D** Se  $a_n \geq 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  converge.

**B8.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua e crescente. Sia  $I(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$  per  $x \in \mathbb{R}$ . Allora  $I$  è  **A** decrescente.  **B** convessa.  **C** crescente.  **D** concava.

---