| | |
|---|---|
| **Iniziato** | domenica, 12 settembre 2021, 19:17 |
| **Stato** | Completato |
| **Terminato** | domenica, 12 settembre 2021, 19:18 |
| **Tempo impiegato** | 34 secondi |

Domanda **1**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia

$$I = \int_{\ln(18)}^{\ln(24)} \frac{6^2\, e^x}{e^{2x} - 18\, e^x + 72}\, dx.$$

Calcolare il valore di

$$\frac{I}{\ln \frac{4}{3}}.$$

Risposta:

Domanda **2**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Detta $u$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t) + \frac{1}{4} u(t) = t, \\ u(-1) = 0, \end{cases}$$

si calcoli

$$u(0) - 20e^{-\frac{1}{4}}.$$

Risposta:

Domanda **3**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si consideri il limite

$$\ell = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 5n^2} - \sqrt[3]{n^3 + n}}{n - \sqrt{n^2 - \frac{n}{6}}}.$$

Determinare il valore di

$$\frac{3}{2}\ell$$

Risposta:

Domanda **4**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si consideri la funzione $f: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x+2}{x}\right) + \ln\left(\frac{x+2}{x}\right), & \text{per } x > 0, \\ \frac{1}{2}, & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Detto $x_m$ il punto di minimo assoluto di $f$, si calcoli

$$4f(x_m).$$

Risposta:

Domanda **5**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $S$ l'insieme delle soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$e^{5iz} - 1 = 0.$$

Detto $S' = S \cap [0, \frac{6\pi}{5}]$ e denotata con $\sigma$ la somma degli elementi di $S'$, calcolare il valore di

$$\frac{12\pi}{\sigma}.$$

Risposta:

Domanda **6**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si consideri il limite

$$L = \lim_{x \to 0} \frac{4(x \cos x - \sin x)}{\left(e^{5x^2} - 1\right) \sinh x}.$$

Determinare il valore di

$$15L$$

Risposta:

Domanda **7**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri positivi tale che $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1 + a_n}$ converge. Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $\{a_n\}$ è crescente
- b. $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$
- c. $\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{a_n}$ converge
- d. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge

Domanda **8**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, continua e strettamente positiva su tutto $[0, +\infty)$. Si consideri $F : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x e^{x-t} f(t)\, dt.$$

Allora:

Scegli un'alternativa:

- a. $F$ è decrescente in $[0, +\infty)$
- b. $F$ è derivabile con continuità due volte in $[0, +\infty)$
- c. $\exists\, x_o > 0$ tale che $F(x_o) = 0$
- d. $F$ è crescente in $[0, +\infty)$

Domanda **9**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si considerino le funzioni $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tali che

$$f(x) = o((x-1)), \qquad \text{per } x \to 1,$$
$$g(x) = o((x-1)^2), \qquad \text{per } x \to 1.$$

Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)g(x)}{(x-1)^4} = +\infty$
- b. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)g(x)}{(x-1)^3} = 0$
- c. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- d. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

Domanda **10**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : (-a, a) \to \mathbb{R}$, continua in $(-a, a)$ e tale che $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to -a^+} f(x) = -\infty$. Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $f$ ha massimo in $(-a, a)$
- b. $f$ è inferiormente limitata in $(-a, a)$
- c. $\forall x \in (-a, a)$ risulta $f(x) \neq 0$
- d. $\exists [c, d] \subset (-a, a)$ tale che $\forall x \in [c, d]$ risulta $f(x) > 0$

Domanda **11**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe $C^1$ con $f(1) = 0$. Allora:

Scegli un'alternativa:

- a. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f'(x)}{x} = f(1)$
- b. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = f'(0)$
- c. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{\ln x} = f'(1)$
- d. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = f(1)$

Domanda **12**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $T(x) = 1 + 8x$ la retta tangente a una funzione $f$ nel punto $x_0 = 1$. Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $f(1) = 9$
- b. $f'(1) = 9$
- c. $f(x) = T(x) + o(x)$, per $x \to 1$
- d. $T(x)$ è il polinomio di Taylor di $f(x)$ di grado 2 centrato in $x_0 = 1$