

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica ☐

Bioingegneria ☐

Ing. Industriale ☐

A1. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right] n \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \left[\cosh\left(\frac{1}{n^{\frac{1}{7}}}\right) - 1 \right]$. Per quali $\alpha > 0$ la serie converge assolutamente?

A2. Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 e centrato in $x_0 = 2$ di $f(x) = \arctan(e^{(x-2)})$:

A3. Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x) + \sinh(x-2) + 2 \arctan^3(x-2)}{\ln(x-1) - (x-2) + \frac{1}{2} \arctan^2(x-2)} =$

A4. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0, \\ y(\ln 2) = \pi/2, \quad y'(\ln 2) = -\pi. \end{cases}$

A5. Si consideri la funzione $f : \left[0, \frac{2\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \ln(3 + \sin(2x))$; determinare il massimo e il minimo assoluti e i punti di massimo e di minimo assoluto .

A6. Risolvere in $\mathbb{C}$, scrivendo le soluzioni in forma esponenziale, l'equazione : $z^{12} \bar{z}^6 = -6i|z|^9$

A7*. Sia $F(x) = \int_0^x \left(\frac{\sin(\alpha t)}{2t} - 4 \right) dx$ per $x \neq 0$. Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\lim_{x \rightarrow 0} F'(x) \geq -3$.

A8*. Con la sostituzione $5^2 - x^2 = t^2$ risolvere $I = 6 \int_{5/2}^5 \frac{\sqrt{5^2 - x^2}}{x^2} x dx$. $I =$

B1. Sia (a_n) una successione di numeri reali tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n a_n = +\infty$. Allora: A $\forall M > 0 \exists \bar{n} \in \mathbb{N} : \forall n \geq \bar{n} \text{ vale } a_n \geq M^2$. B $\forall M > 0 \exists \bar{n} \in \mathbb{N} : \forall n \geq \bar{n} \text{ vale } (-1)^n a_n \geq 2M$. C $\forall M > 0 \exists \bar{n} \in \mathbb{N} : \forall n \leq \bar{n} \text{ vale } (-1)^n a_n \geq 2M$. D $\forall M > 0 \exists \bar{n} \in \mathbb{N} : \forall n \leq \bar{n} \text{ vale } a_n \geq M^2$.

B2.* Sia $g(x) = p_m(x) + o(x^m)$ per $x \rightarrow 0$ e sia $f(x) = g(\alpha(x - \beta))$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Allora per $x \rightarrow \beta$ si ha A $f(x) = p_m(\alpha(x - \beta)) + o((x - \beta)^m)$. B $f(x) = \alpha p_m(x - \beta) + o((x - \beta)^m)$. C $f(x) = p_m(x - \beta) + o(x^m)$. D $f(x) = \alpha p_m(x) + o(x^m)$.

B3. Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in (a, b)$. La funzione f è continua in x_0 se e solo se A $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$. B $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ esistono finiti. C esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$. D $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

B4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(t) = o(t^2)$ per $t \rightarrow 0$ e $g(t) = 1 - \cos[f(t)]$. Allora A $\lim_{t \rightarrow 0} g(t) = f(1)$. B $g(t) \sim t^2$ per $t \rightarrow 0$. C $g(t) \sim t^4$ per $t \rightarrow 0$. D $g(t) = o(t^4)$ per $t \rightarrow 0$.

B5. Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua, monotona strettamente decrescente e $g : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ definita da $g(x) = e^{f(x)}$. Allora A g ha massimo e minimo. B g è monotona strettamente decrescente. C $\exists c \in \mathbb{R}$ tale che $g(c) = 0$. D g è limitata.

B6. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione integrabile tale che $f(x) \geq x$ per ogni $x \in [a, b]$. Allora $\int_a^b f(x) dx$ A $\leq \frac{1}{2}(b - a)^2$. B $\geq \frac{1}{2}(b + a)^2$. C $\geq \frac{1}{2}(b + a)(b - a)$. D $\leq \frac{1}{2}(b + a)(b - a)$.

B7. Siano (a_n) e (b_n) due successioni reali strettamente positive, tali che $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n < +\infty$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n = +\infty$. Allora: A $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ converge. B $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge. C $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge. D $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge.

B8.* Siano $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, continue in $[a, b]$, derivabili in (a, b) e tali che $g'(x) = f'(x)$ per ogni $x \in (a, b)$. Allora A Necessariamente $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [a, b]$. B $\exists c \in \mathbb{R}$ tale che $g(x) + f(x) = c$ per ogni $x \in [a, b]$. C $\exists c \in \mathbb{R}$ tale che $g(x) = f(x) + c$ per ogni $x \in [a, b]$. D g è dispari.
