

Matricola

Cognome

Nome

Ing. Elettronica e Informatica ☐

Bioingegneria ☐

Ing. Industriale ☐

A1. Sia $z = 7e^{\frac{\pi}{4}i}$. Calcolare $\text{Im}(z^{14} \bar{z}^9)$.

Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione $((z + \bar{z})^2 + 14)((z - \bar{z})^2 + 9) = 0$.

A2*. Sia $f(x) = \frac{\ln(1 + (x - 2)^\alpha)}{\sinh[(x - 2)^{\frac{1}{2}}]}$, $x > 2$. Per quali $\alpha > 0$ f si prolunga con continuità da destra in

2?

Per quali α il prolungamento è derivabile da destra in 2?

A3.* Determinare il punto di massimo assoluto x_M e il massimo assoluto M di $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

definita da $f(x) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{x}{x^2 + 2}}\right)$; $x_M =$

$M =$

Per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ammette due radici distinte?

A4. Trovare la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} u'(t) + \frac{6t}{1+t^2}u(t) = 8t, \\ u(0) = 12. \end{cases}$$

A5. Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)^5 (1 - e^{-5/n^3})$?

A6. Calcolare il seguente integrale: $I = \int_{-1/8}^{1/8} \frac{x + 64}{1 + (8x)^2} dx$.

A7. Si consideri la funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x) = 2 \sin(5 \ln x)$. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 della f centrato in $x_0 = e^{\pi/30}$.

A8. Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ risulta **infinito** $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 2x^2)^{\frac{1}{3x^\alpha}}$;

Per $\alpha = 2$, calcolare il corrispondente valore del limite.

B1. $\star$ Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie convergente con $a_n \neq 0$ per ogni n . Allora $\boxed{\text{A}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ converge
 $\boxed{\text{B}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ converge $\boxed{\text{C}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n + a_{n+1}}{2}$ converge $\boxed{\text{D}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ converge

B2. Sia $f : (-3, -1) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \tan(\arcsin(x+2))$. Allora $\boxed{\text{A}}$ f è strettamente crescente in $(-3, -1)$. $\boxed{\text{B}}$ f è dispari. $\boxed{\text{C}}$ f è strettamente decrescente in $(-3, -1)$. $\boxed{\text{D}}$ $\exists x_o \in (-3, -1)$ tale che f non è continua in x_o .

B3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)| = +\infty$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $\forall K > 0 \exists M > 0$ tale che $\forall x > K$ risulta $|f(x)| > M$. $\boxed{\text{B}}$ $\exists M > 0$ tale che $\forall x > M$ risulta $|f(x)| > 0$. $\boxed{\text{C}}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|f(x)|}{\ln |f(x)|} = 1$.
 $\boxed{\text{D}}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

B4. Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e $0 < a < b$. Allora $\boxed{\text{A}}$ esiste $\xi \in]a, b[$ t.c. $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b^2 - a^2)$ $\boxed{\text{B}}$ esiste $\xi \in]a^2, b^2[$ t.c. $f(b^2) - f(a^2) = f'(\xi)(b^2 - a^2)$ $\boxed{\text{C}}$ esiste $\xi \in]a^2, b^2[$ t.c. $f(b^2) - f(a^2) = f'(\xi^2)(b - a)$ $\boxed{\text{D}}$ esiste $\xi \in]a, b[$ t.c. $f(b) - f(a) = f'(\xi^2)(b^2 - a^2)$

B5. Data $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, due volte derivabile con continuità in $\mathbb{R}$, sia $P_2(x; 1) = 1 - 2x + 2x^2$ il polinomio di Taylor di ordine 2 della f centrato in $x_o = 1$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $f'(1) = 2$. $\boxed{\text{B}}$ $f''(1) = 2$.
 $\boxed{\text{C}}$ $f'(1) = -2$. $\boxed{\text{D}}$ $f(1) = 0$.

B6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile in x_o . Definiamo $g(h) = \frac{f(x_o + h) - f(x_o)}{h}$ per $h \neq 0$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $g(h) = f'(x_o) + o(1)$ per $h \rightarrow 0$ $\boxed{\text{B}}$ $g(h) = o(1)$ per $h \rightarrow 0$ $\boxed{\text{C}}$ $g(h) = f'(x_o) + o(h)$ per $h \rightarrow 0$ $\boxed{\text{D}}$ $g(h) = o(h)$ per $h \rightarrow 0$

B7. Sia (a_n) una successione di numeri reali tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in (-1, 1)$. Allora: $\boxed{\text{A}}$ Esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{|a_n|} = L_1 \in (0, 1)$. $\boxed{\text{B}}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n a_n$ non esiste. $\boxed{\text{C}}$ Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\bar{n}$ esiste $n \geq \bar{n}$ tale che $|a_n - L| > \varepsilon$. $\boxed{\text{D}}$ Esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} \arctan(a_n) = L_2 \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

B8. $\star$ Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione monotona e $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $F(x) = \int_0^x f(t) dt$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ F è derivabile in $\mathbb{R}$. $\boxed{\text{B}}$ Se $x \cdot f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, allora $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
 $\boxed{\text{C}}$ Se f è crescente, allora $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. $\boxed{\text{D}}$ Se f è continua, allora $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.