| | |
|---|---|
| **Iniziato** | venerdì, 27 agosto 2021, 15:59 |
| **Stato** | Completato |
| **Terminato** | sabato, 28 agosto 2021, 11:27 |
| **Tempo impiegato** | 19 ore 27 min. |
| **In ritardo** | 17 ore 27 min. |

Domanda **1**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Data la funzione $f\colon [1,6] \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \Big((x-6)^2(x-1)\Big)^{1/3},$$

e detto $x_M$ il suo punto di massimo assoluto, si calcoli

$$3x_M.$$

Risposta:

Domanda **2**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) - 4u'(t) + 4u(t) = 4t - 2, \\ u(0) = \frac{3}{2}, \qquad u'(0) = 2. \end{cases}$$

Detta $u$ la soluzione, si calcoli

$$2u(1).$$

Risposta:

Domanda **3**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia

$$I = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 7} \frac{5}{\sqrt{7^2 - x^2}} \arcsin\Big(\frac{x}{7}\Big)\, dx.$$

Calcolare il valore di

$$\frac{18}{\pi^2} I.$$

Risposta:

Domanda **4**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Si consideri il limite

$$L = \lim_{x\to+\infty} \frac{\Big(e^{2/x} - 1\Big)\Big(\cos\big(\frac{5}{x}\big) - 1\Big)}{\sinh\Big(\frac{5}{x^3}\Big)}.$$

Determinare il valore di

$$2L$$

Risposta:

Domanda **5**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Determinare l'unico valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sin\left(\frac{6}{n}\right) - \alpha \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right] n^{\frac{1}{3}}$$

è convergente.

Risposta:

Domanda **6**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $z \in \mathbb{C}$ tale che $|z|^2 = 9$. Calcolare

$$|1+z|^2 + |1-z|^2.$$

Risposta:

Domanda **7**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, derivabile con continuità su tutto $\mathbb{R}$, dispari. Posto $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$, sia $P_2(x; 0)$ il polinomio di Taylor/Mc-Laurin di ordine 2 della $F$, centrato in $x = 0$. Allora:

Scegli un'alternativa:

- a. $P(1; 0) > 0$
- b. $P(-1; 0) < 0$
- c. $\lim_{x\to 0} \frac{P_2(x;0)}{x^2} = +\infty$
- d. $\lim_{x\to 0} \frac{P_2(x;0)}{x^2}$ esiste finito

Domanda **8**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1.$$

Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$
- b. $f(x) = x + o(x)$ per $x \to 0$
- c. $f(x) - x = o(x^2)$ per $x \to 0$
- d. $f(x) = x + o(x^2)$ per $x \to 0$

Domanda **9**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Siano $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Sia

$$P(x) = 1 + x + x^2,$$

il polinomio di Taylor di secondo grado di $f$ centrato in $x_0 = 0$ e sia

$$Q(x) = 1 + x,$$

il polinomio di Taylor di secondo grado di $g$ centrato in $x_0 = 0$. Detto $R$ il polinomio di Taylor di secondo grado della funzione prodotto $f \cdot g$ centrato in $x_0 = 0$, allora:

Scegli un'alternativa:

- a. $R(x) = 1 + 2x + 2x^2$
- b. $R(1) = 1$
- c. Non si può dire nulla su $R$
- d. $R(x) = 1 + 2x + 2x^2 + x^3$

Domanda **10**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile.

Scegli un'alternativa:

- a. Se $|f|$ è derivabile allora $f$ non ha zeri.
- b. $|f|$ non è derivabile negli zeri di $f$.
- c. Se $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ allora $|f|$ è derivabile in $\mathbb{R}$.
- d. $|f|$ è discontinua negli zeri di $|f|$.

Domanda **11**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali tale che

1. $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \nu_\varepsilon \in \mathbb{N} \; t.c. \; |a_n - a_{n+1}| < \varepsilon, \forall n \geq \nu_\varepsilon$;
2. $\exists \lim_{k \to +\infty} a_{2k} = \ell \in \mathbb{R}$.

Allora

Scegli un'alternativa:

- a. $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$
- b. $\lim_{k \to +\infty} a_{2k+1} = \ell + 1$
- c. $\lim_{n \to +\infty} a_n = \ell$
- d. la successione $\{a_n\}$ è indeterminata

Domanda **12**
Risposta non data
Punteggio max.: 3

Sia $f : [-a, a] \to \mathbb{R}$, continua in $[-a, a]$, pari e tale che $f(a) = 0$. Posto $g(x) = xf(x)$, risulta

Scegli un'alternativa:

- a. $\max_{x \in [-a,a]} f(x) < 0$
- b. $\big(\max_{x \in [-a,a]} g(x)\big) \cdot \big(\min_{x \in [-a,a]} g(x)\big) > 0$
- c. $\big(\max_{x \in [-a,a]} g(x)\big) \cdot \big(\min_{x \in [-a,a]} g(x)\big) \leq 0$
- d. $\big(\max_{x \in [-a,a]} g(x)\big) \cdot \big(\min_{x \in [-a,a]} g(x)\big) < 0$