CORSO di LAUREA SPECIALISTICA in INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

ESERCIZI DI MODELLI E METODI MATEMATICI I - FOGLIO 8

1) Data l'equazione differenziale

$$\frac{1}{4}(2x-y)u_x - \frac{1}{2}yu_y = u - 2y^2 - xy,$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x,y)$ passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = \frac{1}{4} + s, \qquad g(s) = 1, \qquad h(s) = \frac{9}{8} + 2s^2 + s.$$

2) Data l'equazione differenziale

$$2(6y-x)u_x + (x+2y)u_y = 2u,$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x,y)$ che assume il valore $u = 1$ sulla semiretta $x + 2y = 0$, $x > 0$.

3) Data l'equazione differenziale

$$(y+u)u_x - (x+u)u_y = x - y,$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x,y)$ passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = s, \qquad g(s) = 1, \qquad h(s) = -1 - s$$

dopo aver verificato le condizioni di risolubilità.
[**Suggerimento**] - Scritto il sistema differenziale risolutivo, si consiglia di sommare membro a mebro la terza equazione con ...

4) Data l'equazione differenziale lineare

$$(x+y)(u_x - u_y) = u,$$

discutere in base alla condizione di risolubilità i due seguenti problemi di Cauchy:

$$1) \qquad f(s) = s+1, \qquad g(s) = -s, \qquad h(s) = e^s,$$

$$2) \qquad f(s) = s. \qquad g(s) = 2s, \qquad h(s) = e^{\frac{1}{3}+6s}.$$

Determinare quindi la soluzione $z = u(x, y)$ per quello per cui si può affermare esistenza ed unicità.

5) Data l'equazione differenziale

$$xu_x + (x + y)u_y = 2y(y - x),$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x, y)$ passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = s, \qquad g(s) = 0, \qquad h(s) = s^2 \quad \text{con } s > 0$$

dopo aver verificato le condizioni di risolubilità.

6) Data l'equazione differenziale

$$(y + u)u_x + u_y = -2y,$$

determinare le equazioni parametriche della superficie integrale passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = e^s, \qquad g(s) = 1, \qquad h(s) = s$$

dopo aver verificato le condizioni di risolubilità.

7) Data l'equazione differenziale

$$(x + \frac{1}{2}y)u_x + (6x - y)u_y = u,$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x, y)$ passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = s, \qquad g(s) = -2s, \qquad h(s) = 1$$

dopo aver verificato le condizioni di risolubilità.