CORSO di LAUREA SPECIALISTICA in INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

ESERCIZI DI MODELLI E METODI MATEMATICI I - FOGLIO 7

1) [Tratto dal testo di F. Tomarelli] Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial t} + \dfrac{\partial Y}{\partial x} = 0 & x > 0,\ t > 0, \\ Y(x,0) = 0 & x > 0, \\ Y(0,t) = e^{-t} & t > 0. \end{cases}$$

2) [Tratto dal testo di F. Tomarelli] Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x+1}\dfrac{\partial Y}{\partial t} + \dfrac{\partial Y}{\partial x} = 0 & x > 0,\ t > 0, \\ Y(x,0) = 1 & x > 0, \\ Y(0,t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

3) [Tratto dal testo di F. Tomarelli] Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial t} - \dfrac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = 3\, e^{-t} \sin 2x & 0 < x < \dfrac{\pi}{2},\ t > 0, \\ Y(x,0) = \sin 2x - \sin x & 0 < x < \dfrac{\pi}{2}, \\ Y(0,t) = 0 & t > 0, \\ Y(\dfrac{\pi}{2}, t) = -e^{-t} & t > 0. \end{cases}$$

4) Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} 6Y_{tt} + 5Y_{xt} + Y_{xx} = 0 & 0 < x < 1, t > 0, \\ Y(x,0) = x & 0 < x < 1, \\ Y_t(x,0) = 0 & 0 < x < 1, \\ Y(0,t) = \sin t & t > 0, \\ Y(1,t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 2, \\ 1 + \sin(t-2), & t > 2. \end{cases} \end{cases}$$

5) Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial x} + 2x\dfrac{\partial Y}{\partial t} = 0 & x > 0,\ t > 0, \\ Y(x,0) = x^2 & x > 0, \\ Y(0,t) = \sinh t & t > 0. \end{cases}$$

6) Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} Y_{tt} - Y_{xx} = 0 \qquad x > 0,\ t > 0, \\ Y(0,t) = \cos t \qquad t > 0, \\ Y(x,t) \text{ limitata} \qquad t > 0, \\ Y(x,0) = 1 \qquad x > 0, \\ Y_t(x,0) = \sin x \qquad x > 0. \end{cases}$$

7) Mediante la $\mathcal{L}$-trasformata determinare la soluzione del problema

$$\begin{cases} Y_{tttt} - Y_{xxxx} = 0 \qquad x > 0,\ t > 0, \\ Y(x,0) = Y_t(x,0) = Y_{tt}(x,0) = Y_{ttt}(x,0) = 0 \qquad x > 0, \\ Y(0,t) = \sin t \qquad t > 0. \end{cases}$$