

**CORSO di LAUREA SPECIALISTICA in INGEGNERIA ELETTRONICA
e delle TELECOMUNICAZIONI**

ESERCIZI DI MODELLI E METODI MATEMATICI I - FOGLIO 1

1) Determinare la matrice $\mathbb{A}(x)$ dei coefficienti del sistema $\underline{z}' = \mathbb{A}\underline{z}$ che ammette come integrali particolari

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}, \quad \underline{z}_2 = \begin{bmatrix} xe^x \\ -e^x \end{bmatrix}$$

e scrivere l'integrale generale. Trovare, poi, l'integrale generale del sistema completo

$$\underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b} \quad \text{dove} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ e^x(1+x^2) \end{bmatrix}.$$

2) Determinare la matrice dei coefficienti del sistema lineare omogeneo che ammette l'integrale generale

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} C_1x + C_2 \ln x \\ \frac{C_1}{x} \end{bmatrix}$$

e scrivere poi il sistema in forma scalare. Calcolare infine l'integrale generale del sistema completo

$$\underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b} \quad \text{dove} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} x \\ \frac{1}{x} \end{bmatrix}.$$

3) Si determini l'integrale generale del sistema $\underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b}$ con

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} x \\ x^2 \end{bmatrix}.$$

Risolvere, poi, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b} \\ \underline{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{cases}.$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b} \\ \underline{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 0 & 9 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4e^{8x} \\ 0 \end{bmatrix}.$$