M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 23 febbraio 2004		

1. Dopo aver verificato la condizione di risolubilità, determinare la soluzione u dell'equazione differenziale alle derivate parziali

$$(9x - 10y)\, u_x + (3x - 2y)\, u_y = 2u$$

passante per la linea Γ definita da $f(s) = s$, $g(s) = 2s$, $h(s) = 3s$ con $s > 0$.

Fino a punti 8

---

2. Si consideri l'equazione differenziale alle derivate parziali

$$x^2\, u_{xx} + 2xy\, u_{xy} + (y^2 - x^4)\, u_{yy} = 0.$$

a) Classificare l'equazione;
b) verificare che si può assumere la retta $x = \frac{1}{2}$ come linea portante i dati;
c) determinare le linee caratteristiche passanti per il punto $P(1, 1)$;
d) ridurre l'equazione in forma canonica.

Fino a punti 8

---

3. Si consideri la successione $\{f_n\}$ con $n \in \mathbf{N}$ definita da

$$f_n(x) = n\sqrt{nx - n^2x^2}\, \chi_{[0, \frac{1}{n}]}(x).$$

a) Verificare che $\{f_n\} \subseteq L^1(\mathbf{R})$;
b) verificare che $\{f_n\} \subseteq L^2(\mathbf{R})$;
c) studiare la convergenza della successione in $L^1(\mathbf{R})$;
d) studiare la convergenza della successione in $L^2(\mathbf{R})$.

Fino a punti 8

---

4. Utilizzando la trasformata di Laplace e le relative tabelle, risolvere il seguente Problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2x\, u_x + u_t = 2x(\cos 2t + \sin 2t) & 0 < x < 1,\ t > 0, \\ u(x, 0) = 0 \qquad 0 < x < 1, & \\ u(1, t) = 1 + \sin 2t \qquad t > 0. & \end{cases}$$

Fino a punti 8

Tempo: **3.00 ore**	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale