M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 21 febbraio 2008		

1. Con il metodo di separazione delle variabili, determinare la soluzione u del problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x,y) \in]0,\pi[\times]0,\pi[, \\ u(x,0) = u_y(x,\pi) = 0, & x \in [0,\pi], \\ u(0,y) = y(2\pi - y) & y \in [0,\pi], \\ u(\pi,y) = \sin\dfrac{y}{2} & y \in [0,\pi]. \end{cases}$$

Fino a punti 8

---

2. Tracciare un grafico qualitativo delle linee integrali, soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = 4xy^2.$$

Fino a punti 8

---

3. Determinare l'integrale particolare del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{z}' = \mathbf{A}\underline{z} \\ \underline{z}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \end{cases} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Fino a punti 8

---

4. Si consideri la successione $\{f_n\}$, $n \geq 0$, definita da

$$f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\sin(\pi x).$$

a) Verificare che $\{f_n\} \subset L^1(0,+\infty)$.
b) Verificare che $\{f_n\} \subset L^2(0,+\infty)$.
c) Verificare che $f_n(x) \to 0$ per ogni $x \in [0,+\infty[$.
d) La successione converge in $L^1(0,+\infty)$?
e) La successione converge in $L^2(0,+\infty)$?

Fino a punti 8

Tempo: 2.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale