

MODELLI E METODI MATEMATICI I

Appello del 6 luglio 2007

- ① Determinare l'integrale generale del sistema lineare omogeneo

$$\underline{z}' = \underline{A} \underline{z}, \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -5 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- ② Tracciare un grafico qualitativo della linea integrale, soluzione del Pb di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{1+x^2} \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

giustificando tutti i passaggi e senza risolvere esplicitamente

- ③ Verificare che la successione $\{U_n\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos\left(\frac{2n+1}{2}x\right) \right\}$
 $n \in \mathbb{N}$ costituisce un s.o.n. in $L^2(-\pi, \pi)$.

Facoltativo: tale sistema è completo?

- ④ Nel triangolo del piano x,t di vertici $(0,0)$, $(2\pi,0)$, $(\pi, \pi/2)$ scrivere l'espressione esplicita della soluzione del Pb di Cauchy-Dirichlet

$$\begin{cases} U_{tt} - 4U_{xx} = 0, & x \in]0, 2\pi[, t > 0 \\ U(x,0) = \sin \frac{x}{2}, & x \in [0, 2\pi] \\ U_t(x,0) = \cos \frac{x}{2}, & x \in [0, 2\pi] \\ U(0,t) = U(2\pi,t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$