appello del 6 febbraio 2009

1. Con il metodo di separazione delle variabili, determinare la soluzione u del problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & x \in ]0, 2[, y \in ]0, 2[, \\ u(0, y) = u_x(2, y) = 0, & y \in [0, 2], \\ u(x, 0) = 0, & x \in [0, 2], \\ u(x, 2) = (x - 2)^2, & x \in [0, 2]. \end{cases}$$

Fino a punti 8

2. Calcolare

$$\max_{a, b, c \in \mathbf{R}} \left[ 25 - \int_{-1}^{1} \left| \ln|x| - (a + bx + cx^{2}) \right|^{2} dx \right].$$

Fino a punti 8

3. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = e^y$$
.

Disegnare un grafico qualitativo delle sue linee integrali, discutendo in dettaglio esistenza ed unicità in piccolo e in grande, regolarità e prolungamento della soluzione. Determinare, quindi, la linea integrale passante per il punto (1,1), verificando la correttezza dei risultati ottenuti in precedenza.

Fino a punti 8

4. Determinare le soluzioni del seguente Problema ai limiti completo

$$\begin{cases} y'' + \lambda^2 y = \lambda^2, & \lambda \neq 0, \\ y(0) = 0, \\ y'(\pi) = \lambda. \end{cases}$$

Fino a punti 8

Tempo: **2.00** ore

spazio riservato alla commissione

2

1.

totale