

M O D. M E T.

appello del 5 settembre 2005

cognome e nome

firma

1. Determinare l'integrale generale del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ x^2 \end{bmatrix}.$$

Fino a punti 8

2. Si consideri lo spazio $L^2(0,1)$ che è di Hilbert con il prodotto interno

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)\overline{g(x)} dx.$$

Sia $Z \subset L^2(0,1)$ la varietà lineare generata dai tre vettori

$$v_0 = 1, \quad v_1 = \ln x \quad v_2 = \ln^2 x.$$

Costruire in Z una base di vettori ortonormali

Fino a punti 8

3. Data l'equazione differenziale

$$y' = 2 - 3xy,$$

disegnare un grafico qualitativo delle linee integrali, precisandone in particolare l'insieme di definizione, la regolarità, gli eventuali punti stazionari e/o di flesso.

Fino a punti 8

4. Si consideri la successione $\{f_n\}$ definita da

$$f_n(x) = \frac{4}{n^2} \chi_{[0,n]}(x) \sin\left(\frac{\pi}{n}x\right).$$

Studiare la convergenza della successione in $L^1(\mathbf{R})$ e in $L^2(\mathbf{R})$.

Fino a punti 8

Tempo:
3.00 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale