

M O D. M E T.

appello del 3 settembre 2007

cognome e nome

firma

1. Con il metodo di separazione delle variabili, determinare la soluzione u del problema

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0, & x \in]0, \pi[, t > 0, \\ u(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = x(2\pi - x) & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

Fino a punti 8

2. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x \tan y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Verificare che esiste unica la soluzione $y \in C^\infty(I_{x=0})$. È possibile determinare a priori l'ampiezza dell'intervallo massimale di esistenza della soluzione?

Disegnare infine un grafico qualitativo della linea integrale soluzione.

Fino a punti 8

3. Risolvere

$$\min_{\{a, b, c \in \mathbf{R}\}} \int_{-1}^1 |\sin(2x) - (a + bx + cx^2)|^2 dx.$$

Fino a punti 8

4. Determinare gli integrali particolari soluzioni dei due problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1 - y^2}{2x}, \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} y' = \frac{1 - y^2}{2x}. \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Fino a punti 8

Tempo:
2.00 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale