APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 28 GIUGNO 2019

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} -t, & \text{se } t \in (-\pi, 0), \\ -\pi + 2t, & \text{se } t \in [0, \pi]. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.
e) Scrivere la serie numerica S che si ottiene ponendo $t = 0$ nell'espressione della serie di Fourier $S(t)$ e calcolarne la somma.

2) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy per il sistema lineare omogeneo

$$\underline{z}' = \mathbb{A}\underline{z}, \qquad \underline{z}(0) = \underline{z}_o$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \underline{z}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

3) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = 4x + 5y + 6$. Determinare il massimo ed il minimo assoluti della f sulla curva $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1\}$.

4) Verificare che l'equazione

$$x^2 + y^2 + z^3 - 2xye^{xyz} = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P(1, 1, 0)$. Scrivere poi l'equazione del piano tangente in P alla superficie Σ implicitamente definita dall'equazione.