

APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 27 SETTEMBRE 2019

COGNOME e NOME

NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, periodica di periodo 2π , definita da

$$f(t) = 5(\pi^2 - t^2), \quad t \in [-\pi, \pi].$$

- a) Disegnare il grafico della f .
- b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
- c) Scrivere tale sviluppo.

d) Calcolare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$.

e) Calcolare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$.

2) Determinare l'integrale generale del sistema lineare omogeneo

$$\underline{z}' = \mathbb{A}\underline{z},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

3) Utilizzando il Metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = xy$$

sul compatto

$$K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 + xy - 1 = 0\}.$$

4) Dopo aver verificato che il sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1, \\ x - y - \sqrt{2}z = 0, \end{cases}$$

è univocamente risolubile rispetto a (y, z) in un intorno del punto $P(\sqrt{2}, 0, 1)$, scrivere, l'equazione della retta tangente in P a Γ , luogo degli $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ che verificano il sistema.