APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 27 GENNAIO 2012

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo della funzione

$$f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$$

vincolati ad appartenere alla curva Γ di equazione

$$\Gamma : \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

precisando inoltre i punti dove tali valori sono assunti.

2) Verificare che l'equazione

$$\cos xy - (1 - y^2)x^2 + y = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a y in un intorno del punto $P = (1, 0)$. Tracciare, quindi, in un intorno di P, un grafico qualitativo della linea Γ definita dall'equazione.

3) Dato il funzionale

$$\Phi(y) = \int_0^2 e^{y(x)+y'(x)}\,dx$$

determinare la sua linea estremale $y \in C^2([0,2])$ soddisfacente le condizioni $y(0) = 1$, $y(2) = 2$.

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, **pari** definita da

$$f(t) = \sin t \qquad t \in [0, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo (**calcolare dapprima a_o e a_1, quindi a_n con** $n > 1$).
d) Studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
e) Utilizzare i risultati del punto precedente per calcolare la somma della serie numerica

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1}.$$