APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 23 NOVEMBRE 2018

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, pari, definita da

$$f(t) = 2\pi - t, \qquad t \in [0, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}$.
f) Utilizzando i risultati relativi alla convergenza puntuale, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$.

2) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy per il sistema lineare omogeneo

$$\underline{z}' = \mathbb{A}\underline{z}, \qquad \underline{z}(0) = \underline{z}_o$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad \underline{z}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3) Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = (y^2 - 6y)\, e^{x^2 - 6x},$$

determinare gli eventuali punti stazionari della f e classificarli.

4) Si consideri la curva $\Gamma \subset \mathbf{R}^3$, definita implicitamente dal sistema

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{16} - 3 = 0 \\ x + y + z = 9. \end{cases}$$

Verificare che il sistema è univocamente risolubile rispetto alla coppia (y, z) in un intorno del punto $P(2, 3, 4)$. Scrivere, quindi, l'equazione della retta tangente a Γ in P.