APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 22 FEBBRAIO 2019

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, pari, definita da

$$f(t) = \begin{cases} t^2, \ \text{se } t \in [0, \dfrac{\pi}{2}), \\ \dfrac{\pi^2}{2} - (\pi - t)^2, \ \text{se } t \in [\dfrac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^6}$.
f) Utilizzando i risultati relativi alla convergenza puntuale, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}$.

2) Al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$, $\lambda \neq 0$, determinare la soluzione del Problema ai limiti completo

$$\begin{cases} y'' + 4\lambda y' + 8\lambda^2 y = 2\left(x + \dfrac{1}{2\lambda}\right) \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

3) Determinare massimi e minimi della funzione $f = (2x + y)^2$ vincolati ad appartenere all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

4) Verificare che l'equazione

$$2z^3 + y^3 + x^4 - yz - 2z = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P(0, 0, 1)$. Scrivere l'equazione del piano tangente in P alla superficie Σ, luogo dei punti che soddisfano l'equazione, e l'equazione della retta normale a Σ in P.