APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 19 LUGLIO 2019

COGNOME e NOME   NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi}(t+\pi)^2, \text{ se } t \in (-\pi, 0), \\ \pi - t, \text{ se } t \in [0, \pi]. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza puntuale della serie alla funzione.
e) Scrivere la serie numerica S che si ottiene ponendo $t = 0$ nell'espressione della serie di Fourier $S(t)$ e calcolarne la somma.

2) Determinare le soluzioni dei due Problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{9-y^2}{(x+2)^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}, \qquad \begin{cases} y' = \dfrac{9-y^2}{(x+2)^2} \\ y(0) = 3 \end{cases}.$$

3) Determinare il punto P appartenente alla sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ avente distanza minima dal punto $Q(1, 2, 3)$.

4) Verificare che il sistema

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ 4x^2 + 9y^2 + z^2 = 17, \end{cases}$$

è univocamente risolubile rispetto a (x, y) in un intorno del punto $P(1, 1, 2)$. Scrivere poi l'equazione della retta tangente in P alla curva Γ implicitamente definita dal sistema.