APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 13 SETTEMBRE 2012

COGNOME e NOME

NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, 2π -periodica, **pari**, definita da

$$f(t) = \begin{cases} \cos t, & t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & t \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right). \end{cases}$$

- Disegnare il grafico della f .
- Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
- Scrivere tale sviluppo, calcolando separatamente a_0 , a_1 e quindi a_n con $n \geq 2$.
- Studiare la convergenza nel senso dell'energia e la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
- Utilizzare i risultati del punto precedente per calcolare la somma delle serie numeriche

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(4k^2 - 1)^2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1}.$$

2) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = x + \cotg(2x).$$

Determinare l'equazione dell'integrale generale.

3) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f(x, y) = \sin x + \sin y$ nel quadrato chiuso Q di vertici $A(\frac{\pi}{2}, 0)$, $B(\pi, \frac{\pi}{2})$, $C(\frac{\pi}{2}, \pi)$, $D(0, \frac{\pi}{2})$.

4) Dopo aver verificato che l'equazione

$$e^{3xy} - (1 - 2y^2)x^2 = 0$$

definisce implicitamente in un opportuno intorno di $P(-1, 0)$ una e una sola funzione $y = g(x)$ tale che $g(-1) = 0$, tracciare un grafico qualitativo della g in un intorno di $(-1, 0)$.