1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = 9(x - 1)^2 + 4(y - 1)^2$$

nell'insieme compatto

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq y^3, y \geq x^3\}.$$

2) Verificare che l'equazione

$$(x + y)^2 + (x + z)^2 + (y + z)^2 - 2z^3 + x^2y^2 = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P = (0, 0, 1)$. Scrivere, quindi, l'equazione del piano tangente alla superficie così definita nel punto P .

3) Determinare autovalori ed autosoluzioni del Problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} z'' + 9\lambda^2 z = 0, & \lambda > 0 \\ z(0) = 0, \\ z'(\frac{\pi}{3}) = 0. \end{cases}$$

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, 2π -periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} 2t & t \in (-\pi, 0] \\ 4t & t \in (0, \pi]. \end{cases}$$

- Disegnare il grafico della f .
- Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
- Scrivere tale sviluppo.
- Studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
- Utilizzare i risultati del punto precedente per calcolare la somma della serie numerica

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}.$$