APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 3 SETTEMBRE 2014

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = 1 - x^2 - y^2$$

nel compatto

$$K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, \quad y \geq \frac{2}{3}x, \quad y \leq \frac{3}{2}x\}.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, definita da

$$f(t) = 2\pi - t \qquad 0 < t \leq 2\pi.$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo.
d) Discutere la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando i risultati del punto precedente, determinare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

3) Determinare autovalori ed autosoluzioni del problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} z'' + 2kz' + 2k^2 z = 0, \\ z'(0) = z(1) = 0, \end{cases} \qquad k > 0.$$

4) Dopo aver verificato che il sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 18, \\ x + y + z = 0, \end{cases}$$

è univocamente risolubile rispetto a (y,z) in un intorno del punto $P(3,0,-3)$, scrivere, quindi, l'equazione della retta <u>tangente</u> in P a Γ, luogo degli $(x,y,z) \in \mathbf{R}^3$ che verificano il sistema.