APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 1 FEBBRAIO 2019

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, dispari, definita da

$$f(t) = t(\pi - t), \qquad t \in [0, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della funzione.
b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.
d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^6}$.
f) Utilizzando i risultati relativi alla convergenza puntuale, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}$.

2) Al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$, determinare la soluzione del Problema ai limiti completo

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = e^{2x} \\ y(0) + \lambda y'(0) = 0 \\ y(\frac{\pi}{4}) = 0. \end{cases}$$

3) Determinare massimi e minimi assoluti della funzione $f = 4x^2 + y^2 + y - 2x$ nel compatto $K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ 4x^2 + y^2 \leq 1\}$

4) Verificare che l'equazione

$$3x^2 + y^2 + z^2 - 3\, e^{xyz} = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a x in un intorno del punto $P(1, 0, 0)$. Scrivere l'equazione del piano tangente in P alla superficie Σ, luogo dei punti che soddisfano l'equazione, e determinare se tale piano tangente attraversa o no la superficie Σ in P.