APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 25 GENNAIO 2011

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3$$

nell'insieme chiuso e limitato $D \subset \mathbf{R}^2$ definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad x \geq 0, \quad y \geq x^3, \quad y \leq 2 - x\}.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} 2t & -\pi < t \leq 0 \\ \\ 5t & 0 < t \leq \pi. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo in forma esponenziale.
d) Discutere la convergenza della serie alla funzione, e in particolare valutare la somma della serie di Fourier in $t = 0$ e in $t = \pi$.

3) Determinare l'integrale particolare soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b} \\ \underline{y}(0) = \underline{y}_o, \end{cases} \quad \text{dove} \quad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{y}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4) Verificare che l'equazione

$$x^3 - y^3 + y \cos x + x \sin(y - 1) = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a y in un intorno del punto $P(0, 1)$. Nell'intorno di tale punto disegnare, quindi, un grafico qualitativo della linea Γ implicitamente definita dall'equazione.