APPELLO DI ANALISI MATEMATICA C DEL 18 NOVEMBRE 2011

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$$

nel compatto $K \subset \mathbf{R}^2$ definito da

$$K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2) Verificare che l'equazione

$$x^2 + xy + y^2 - 3x^2y^2 = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a y in un intorno del punto $P = (1,1)$. Tracciare, quindi, in un intorno di P, un grafico qualitativo della linea Γ definita dall'equazione.

3) Determinare gli integrali particolari soluzioni dei due Problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (4 - y^2)\sin(x+2) \\ y(-2) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} y' = (4 - y^2)\sin(x+2) \\ y(-2) = 1. \end{cases}$$

dopo aver verificato che entrambe le soluzioni esistono uniche in tutto $\mathbf{R}$.

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t \in (-\pi, 0], \\ \pi - t & t \in (0, \pi]. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo.
d) Studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
e) Utilizzare i risultati del punto precedente per calcolare la somma della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-)^n}{n^2}.$$