APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 9 FEBBRAIO 2011

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo ed il minimo della funzione

$$f(x,y) = x^2 + 10y^2 - \frac{1}{3}xy$$

vincolati a stare sull'ellisse

$$x^2 + 9y^2 - 9 = 0.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, **pari**, definita da

$$f(t) = t \qquad 0 \le t \le \pi.$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo.
d) Discutere la convergenza puntuale della serie alla funzione.
e) Utilizzando i risultati del punto precedente, determinare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-)^n - 1}{n^2}$.

3) Determinare l'integrale particolare soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{z}' = \mathbb{A}\underline{z} \\ \underline{z}(0) = \underline{z}_o, \end{cases} \quad \text{dove } \mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{z}_o = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4) Verificare che l'equazione

$$2z^3 + y^3 + 2x^2 + y^2 z - 2z = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P(0,0,1)$. Mostrare poi che la funzione $z = g(x,y)$ implicitamente definita dall'equazione ha in $Q(x,y) = (0,0)$ un punto di massimo.