APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 5 SETTEMBRE 2011

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare massimi e minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = \frac{x-y}{x+y},$$

vincolati a stare sulla curva Γ di equazione

$$xy - x + y - 4 = 0.$$

Suggerimento I: ricavare il valore del parametro λ dalle prime due equazioni del sistema ottenuto dalla condizione necessaria.
Suggerimento II: confrontare quanto così ottenuto con la terza equazione.

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R^2} \to \mathbf{R}$, definita da

$$f(x, y) = \ln(1 + 2x^2 + 4y^4)$$

e il versore $\mathbf{v} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$. Calcolare il valore di $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$ nel generico punto $(x_o, y_o) \in \mathbf{R}^2$.

3) Determinare l'integrale particolare soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \operatorname{cotg} x \\ y(\frac{\pi}{2}) = 0 \\ y'(\frac{\pi}{2}) = 0, \end{cases}$$

dopo aver verificato che la soluzione esiste unica in tutto l'intervallo $(0, \pi)$.

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, **dispari**, definita da

$$f(t) = \cos t \qquad t \in (0, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica (**Attenzione**: calcolare prima b_1 e poi il generico b_n per $n \geq 2$.)
d) Studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.