APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 2 DEL 26 GENNAIO 2012

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = e^{4x^2+9y^2}$$

nel compatto $K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 4\}$.

2) Verificare che l'equazione

$$\cos xy - (1 - y^2)x^2 + y = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a y in un intorno del punto $P = (-1, 0)$. Calcolare, quindi, il valore di $g'(-1)$, dove g è la funzione definita implicitamente.

3) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x(1 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$

4) Determinare la lunghezza dell'arco Γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = \sin^3 t \\ y(t) = \cos^3 t \end{cases} \qquad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

5) Determinare l'integrale generale dell'equazione lineare completa

$$y'' + 2y' + 2y = 3e^{-x}.$$

6) Si consideri l'insieme misurabile $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ \ x \geq 0, \ x^2 \leq y \leq 1-x^2\}$. Calcolare il valore di $\displaystyle\int_D \frac{1}{(1 + 3x^2 + y)^2}\, dxdy$.

7) Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \sin(x - y) + e^{x+y}$ e il versore $\mathbf{v} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, calcolare la derivata direzionale $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$ nel punto $P(1, 1)$, giustificando tutti i passaggi.

8) Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \arctan(\frac{6}{\pi}x - y) + \sin xy$, scrivere l'equazione del piano tangente nel punto $P(\frac{\pi}{2}, 2, f(\frac{\pi}{2}, 2))$ alla superficie S grafico della f.