

## Analisi Matematica 2 - 20 Giugno 2016

1. Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie  $S$  di equazione cartesiana  $z = \arctan[(x+1)y] - ye^x$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , nel punto  $(0, 1, z(0, 1))$ .
2. Determinare nel compatto  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, x^2 - 4 \leq y \leq 4 - x^2\}$  il massimo ed il minimo assoluti della funzione  $f(x, y) = 16x^2 + 9y^2$ .
3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{2x - 3y}{3x - 2y}.$$

4. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 6 - x^2\}$  una lamina materiale di densità costante. Determinare le coordinate del baricentro  $(x_G, y_G)$ .
5. Determinare l'insieme di convergenza semplice ed assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln(n+4)}{n^2 + 1} (x-3)^n.$$

6. Verificare che l'equazione  $x^4 + y^4 - x^2 - y^2 = 0$  è univocamente risolubile rispetto ad entrambe le variabili in un intorno del punto  $P(1, 1)$ . Tracciare, quindi, un grafico qualitativo della funzione implicitamente definita dall'equazione in un intorno di  $P$ .
7. Calcolare l'area della superficie  $\Sigma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3}(\sqrt{u^3} + \sqrt{v^3}), \\ y = \frac{2}{3}(\sqrt{u^3} - \sqrt{v^3}), \\ z = \sqrt{2}v. \end{cases} \quad \left\{ (u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq v \leq 1, \frac{1}{(v+1)^2} \leq u \leq \sqrt[3]{v+1} \right\},$$

8. Calcolare la derivata della funzione  $z = \sin \sqrt[3]{x^2 y}$  nel punto  $P(0, 0)$  lungo la direzione  $\mathbf{v} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  **secondo la definizione**.