APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 2 DEL 20 GIUGNO 2013

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Data $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \ln(1 + x^2 + y^2),$$

utilizzando la definizione, verificare che f è differenziabile nell'origine.

2) Determinare il massimo ed il minimo assoluti di $f(x,y) = \sin x + \sin y$ nel compatto $K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \pi\}$.

3) Determinare l'integrale generale dell'equazione lineare completa

$$y'' + 4y' + 8y = 3x + 2\sin x$$

e dire se era prevedibile in base alla teoria che l'integrale fosse definito su tutto l'asse reale.

4) Sia Σ la porzione di superficie di equazione $z = xy$ che si proietta nel compatto $K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ x^2 + y^2 \leq 1\}$. Calcolare $\displaystyle\int_\Sigma z \, d\sigma_2$.

5) Determinare gli intervalli I e J di convergenza semplice ed assoluta della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}(x-3)^n$, senza trascurare di studiare il comportamento della serie agli estremi di I e J.

6) Dato l'arco Γ di equazioni parametriche $\begin{cases} x = t(1-t), \\ y = t^2, \end{cases}$ con $t \in [0,1]$, calcolare il valore dell'integrale di linea

$$\int_\Gamma y dx + (x-1) dy.$$

7) Dopo aver verificato che l'equazione

$$xe^y + ye^z + ze^x = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P(0,0,0)$, scrivere l'equazione del piano tangente in P alla superficie Σ, luogo dei punti di $\mathbf{R}^3$ che verificano l'equazione.

8) Dato $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ \frac{\sqrt{3}}{3}x \leq y \leq x\}$, calcolare il valore di

$$\int_D \frac{e^{\arctan \frac{y}{x}}}{1 + x^2 + y^2} \, dxdy.$$