APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 2 DEL 5 SETTEMBRE 2013

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = \arctan[(x-1)(y-1)]$ e il versore $\mathbf{v} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, calcolare la derivata direzionale $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$ nel punto $P(1, 1)$ **<u>secondo la definizione</u>**, giustificando tutti i passaggi.

2) Determinare il massimo ed il minimo assoluti di $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$ nel compatto $K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad 0 \leq x \leq 6, \quad 0 \leq y \leq 8\}$.

3) Determinare l'integrale generale dell'equazione lineare completa

$$y'' + 10y' + 50y = x^2 + e^x$$

e dire se era prevedibile in base alla teoria che l'integrale fosse definito su tutto l'asse reale.

4) Sia Σ la porzione di superficie di equazioni parametriche $\begin{cases} x = v \cos u, \\ y = v \sin u, \\ z = v^2 \end{cases}$ che si proietta nel compatto $K = \{(u, v) \in \mathbf{R}^2 : \ln 2 \leq u \leq \ln 3,\ 1 \leq v \leq 2\}$. Calcolare $\displaystyle\int_\Sigma \frac{e^{\arctan(y/x)}}{\sqrt{1 + 4z}}\, d\sigma_2$.

5) Determinare gli intervalli I e J di convergenza semplice ed assoluta della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n+1)^3}$, senza trascurare di studiare il comportamento della serie agli estremi di I e J.

6) Dato l'arco Γ di equazioni parametriche $\begin{cases} x = t, \\ y = e^t, \\ z = 2\sqrt{2}e^{t/2} \end{cases}$ con $t \in [0, 1]$, verificare che si tratta di un arco regolare e calcolarne la lunghezza.

7) Dopo aver verificato che l'equazione

$$x^4 + y^4 - x^2 + y^2 = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a y in un intorno del punto $P(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}})$, scrivere l'equazione della retta tangente in P alla curva Γ, luogo dei punti di $\mathbf{R}^2$ che verificano l'equazione.

8) Dato l'insieme misurabile $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ 0 \leq x \leq 1, \quad x^2 - 1 \leq y \leq \frac{1-x^2}{4}\}$, calcolare il valore di

$$\int_D xy\, dxdy.$$