

Analisi Matematica 2 - 1 Settembre 2016

1. Determinare massimo e minimo assoluti della funzione $f(x, y) = e^{9x^2+4y^2}$, nel compatto $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \leq 1\}$.
2. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y \cos x$, determinare la derivata direzionale di f nel punto $P(\frac{\pi}{2}, 1)$ lungo il versore $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, **utilizzando la definizione**.
3. Determinare l'integrale generale dell'equazione a variabili separabili

$$y' = x \frac{e^{-y^2}}{y}.$$

4. Si consideri la serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} (x-2)^n$; determinare gli insiemi I e J di convergenza semplice ed assoluta della serie.
5. Dato l'arco Γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = \cos t, \\ y(t) = \sin t, \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right],$$

calcolare

$$\int_{\Gamma} \frac{xy}{y^2 - x^2} d\sigma_1.$$

6. Si consideri la curva Γ definita dal sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 8 = 0, \\ x + y + z = 0. \end{cases}$$

Verificare che il sistema è univocamente risolubile rispetto alla coppia (y, z) in un intorno del punto $P(2, -2, 0)$. Scrivere, quindi, l'equazione della retta tangente a Γ in P .

7. Si consideri la regione piana $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, (x-2)^2 + y^2 \leq 4\}$. Utilizzando le coordinate polari, calcolare

$$\int_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy.$$

8. Sia Σ la superficie di equazione $z = xy$, $(x, y) \in K = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$. Calcolare

$$\int_{\Sigma} \frac{z}{\sqrt{1+x^2+y^2}} d\sigma_2.$$