

Stabilize l'ordine di infinitesimo della funzione

$$f(x) = [T_h^3 \sqrt{x} - Sh_3 \sqrt{x} + f_n(1+x)]^6 (e^{x/2} - 1)^4$$

$$T_h t = t + o(t) \iff T_h^3 \sqrt{x} = x^{1/3} + o(x^{1/3})$$

$$Sh t = t + o(t) \iff Sh_3 \sqrt{x} = 3x^{1/3} + o(x^{1/3})$$

$$f_n(1+x) = x + o(x)$$

$$t^t = 1 + t + o(t) \iff e^{x/2} = 1 + \frac{x}{2} + o(x)$$

Quindi

$$f(x) = [x^{1/3} + o(x^{1/3}) - 3x^{1/3} - o(x^{1/3}) + x + o(x)]^6 \cdot [1 + \frac{x}{2} + o(x) - 1]^4$$

$$= [-2x^{1/3} + o(x^{1/3})]^6 [\frac{x}{2} + o(x)]^4$$

$$= [64x^2 + o(x^2)] [\frac{x}{2} + o(x)]^4$$

$$= 4x^6 + o(x^6)$$

ordine di infinitesimo 6

$$pp f(x) = 4x^6$$

$$x \rightarrow 0$$

Si consideri $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = e^{\frac{x}{2}} (x^2 - 16)$$

Traccia un grafico qualitativo, assumendo che il numero dei flessi sia il minimo compatibile con le informazioni dei dati

to dello studio su f e f'

La funzione non ha simmetrie particolari.

Per quanto riguarda il segno,

$$f \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 16 \geq 0$$

dal momento che, dato ε definito, $e^{2/x} > 0$

Quindi

$$f \geq 0$$

$$x \leq -4, \quad x \geq 4$$

Calcoliamo i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$$

Si noti che

$$a) \text{ per } x \rightarrow 0^- \quad e^{2/x}$$

è infinitesimo di ordine su
periore a qualunque potenza di x

$$b) \text{ per } x \rightarrow 0^+ \quad e^{2/x} \text{ è infinito di ordine superiore}$$

o a qualunque potenza di $1/x$

Passiamo alla derivata prima

$$f'(x) = -\frac{x^2}{2} e^{2/x} (x^2 - 16) + 2x e^{2/x} = e^{2/x} \left[2x - \frac{2x^2 - 32}{2} \right]$$

$$= + 2e^{\frac{x^2}{2}} [x^3 - x^2 + 16]$$

L'insieme massimale di definizione per f' è

$$I = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

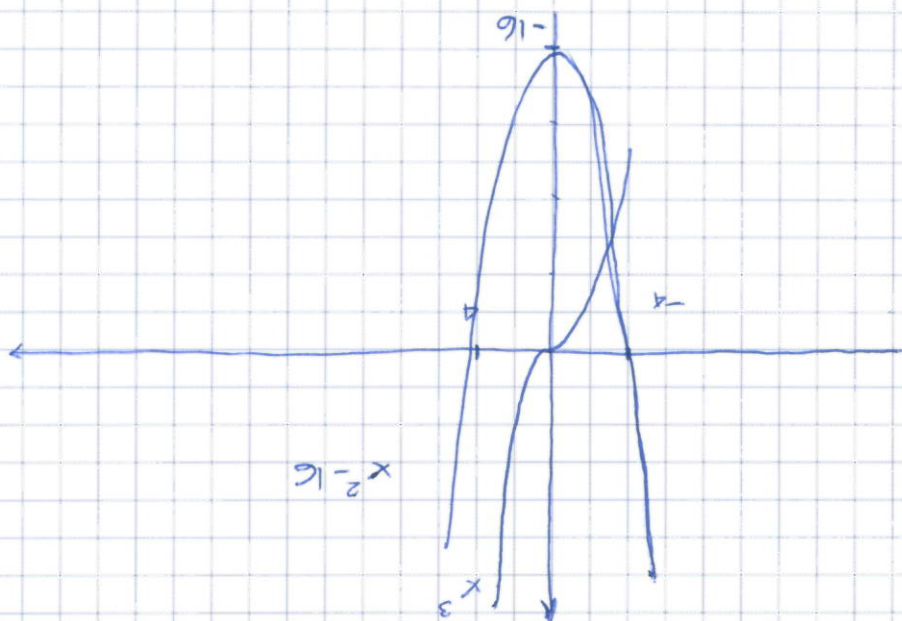
Per quanto riguarda il segno

$$f' \geq 0 \quad 2e^{\frac{x^2}{2}} (x^3 - x^2 + 16) \geq 0$$

$$x^3 - x^2 + 16 \geq 0$$

$$x^3 \geq x^2 - 16$$

Convertire risolvere graficamente



Le due funzioni: $g_1 = x^3$ e $g_2 = x^2 - 16$ hanno una
unica intersezione in $\bar{x} \in (-4, 0)$

Infine

$$g_1 \geq g_2 \quad \text{in } (\bar{x}, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$f' \geq 0 \quad \text{in } (\bar{x}, 0) \cup (0, +\infty)$$

Il grafico qualitativo è, dunque, il seguente

Abbiamo un flesso in $x^* \in (\bar{x}, 0)$ ed un
secondo flesso in $x^{**} > 0$

