Primo compitino di Istituzioni di Geometria - I modulo - 26/11/2009

Esercizio 1. Si considerino i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} A =& \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1\} \\ B =& \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0\} \\ C =& \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = 0\} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} X =& A \cup B \\ Y =& A \cup B \cup C. \end{aligned}$$

Sia $x_0 = (0, 1, 0)$. Indichiamo con T^n il toro n-dimensionale.

1. $\boxed{\text{Punti: 4.}}$ Verificare che X ed Y sono connessi per archi.
2. $\boxed{\text{Punti: 5.}}$ Calcolare $\pi_1(X, x_0)$.
3. $\boxed{\text{Punti: 8.}}$ Calcolare $\pi_1(Y, x_0)$.
4. $\boxed{\text{Punti: 5.}}$ Le applicazioni continue $f : X \to T^3$ sono tutte omotope ad una applicazione costante? Motivare adeguatamente la risposta.
5. $\boxed{\text{Punti: 4.}}$ Dimostrare che non esistono rivestimenti $p : Y \to T^3$.
6. $\boxed{\text{Punti: 4.}}$ Le applicazioni continue $f : T^2 \to Y$ sono tutte omotope ad una applicazione costante? Motivare adeguatamente la risposta.