CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	**27 settembre 2019**
Cognome e Nome:	**Matricola:**

$\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow$ **Scrivere in modo <u>LEGGIBILE</u> nome e cognome!** $\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow$

(8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k:

$$A = \begin{pmatrix} k & k+2 & 1+2k & 2k \\ -k & -k-2 & -2k-1 & -2k-1 \\ -k & k & -k & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare il rango di A al variare di k:

2. Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:

3. Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 2:

4. Sia $k = 1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

k	rg A	rg $\tilde{A}$	$S \neq \emptyset$?	dim S
0	2	3	no	—
-1	2	2	sì	2
altrim.	3	3	sì	1

$$\text{rg}(A) = \begin{cases} 3 \text{ se } k \neq 0, -1 \\ 2 \text{ se } k = 0, -1. \end{cases}$$

Risolubile per $k \neq 0$,

dim Sol $= 2$ se $k = -1$

Soluzione per $k = 1$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	27 settembre 2019
Cognome e Nome:	**Matricola:**

$\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow$ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** $\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow$

(8pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k:

$$A = \begin{pmatrix} k & -k & -k & 1 \\ -k-3 & -2k-1 & -k & -2k-1 \\ 2+k & 1+2k & k & 1+2k \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare il rango di A al variare di k:

2. Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:

3. Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:

4. Sia $k = 1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

k	rg A	rg $\tilde{A}$	$S \neq \emptyset$?	dim S
-1	2	2	sì	2
altrim.	3	3	sì	1

$$\mathrm{rg}(A) = \begin{cases} 3 \text{ se } k \neq -1 \\ 2 \text{ se } k = -1. \end{cases}$$

Risolubile per ogni k.

$\dim \mathrm{Sol} = 1$ per $k \neq -1$.

Soluzione per $k = 1$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	27 settembre 2019
Cognome e Nome:	Matricola:

$\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow$ **Scrivere in modo <u>LEGGIBILE</u> nome e cognome!** $\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow$

(8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k:

$$A = \begin{pmatrix} 3+k & 1+k & 3+2k & 2+2k \\ 1+k & -1-k & -1-k & 1 \\ -k-3 & -k-1 & -3-2k & -3-2k \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare il rango di A al variare di k:
2. Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
3. Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:
4. Sia $k = 1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

k	rg A	rg $\tilde{A}$	$S \neq \emptyset$?	dim S
-1	2	3	no	—
-2	2	2	sì	2
altrim.	3	3	sì	1

$$\text{rg}(A) = \begin{cases} 3 \text{ se } k \neq -1, -2 \\ 2 \text{ se } k = -1, -2. \end{cases}$$

Risolubile per $k \neq -1$,

dim Sol $= 1$ per $k \neq -1, -2$.

Soluzione per $k = 1$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	27 settembre 2019
Cognome e Nome:	Matricola:

$\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow\Longrightarrow$ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** $\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow\Longleftarrow$

(8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k:

$$A = \begin{pmatrix} k & 5+2k & 3+k & 5+2k \\ -1-k & -5-2k & -3-k & -5-2k \\ -3-k & 3+k & 3+k & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare il rango di A al variare di k:

2. Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:

3. Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:

4. Sia $k = 0$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

k	rg A	rg $\tilde{A}$	$S \neq \emptyset$?	dim S
-2	2	3	no	–
altrim.	3	3	sì	1

$$\operatorname{rg}(A) = \begin{cases} 3 \text{ se } k \neq -2 \\ 2 \text{ se } k = -2. \end{cases}$$

Risolubile per $k \neq -2$.

$\dim \mathrm{Sol} = 1$ per $k \neq -2$.

Soluzione per $k = 0$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$